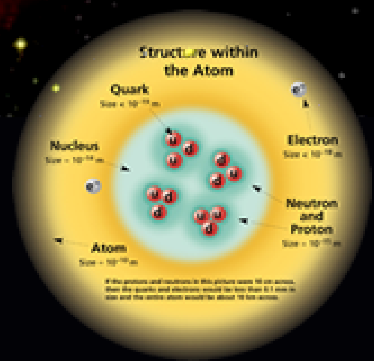
Микромир и Вселенная



Волны материи

Луи де Бройль
1892 - 1987

1924 г . Корпускулярно-волновой дуализм

$$E = \hbar\omega, \qquad p = \frac{\hbar}{\lambda}$$

Нобелевская премия по физике

1929 г. – Л. де Бройль

За открытие волновой природы электрона

В. Гейзенберг
1901 - 1976

Квантовая механика

1925 г.

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar/2$$

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar/2$$

Нобелевская премия по физике
1932 г. - В. Гейзенберг.
За создание квантовой механики

Волновая функция

Макс Борн
1882 - 1970

В квантовой физике состояние системы описывается волновой функцией. Так как для квантовой частицы нельзя одновременно точно определить значения ее координат и импульса, то не имеет смысла говорить о движении частицы по определенной траектории в пространстве. Можно определить только вероятность нахождения частицы в данной точке в данный момент времени, которая определяется квадратом модуля волновой функции

$$W \sim \left|\psi(x,y,z,t)\right|^2 dV \qquad \int \left|\psi(x,\, y,\, z,\, t)\right|^2 dV = 1$$

условие нормировки

Нобелевская премия по физике

1954 г. – М. Борн.

За фундаментальные исследования в квантовой механике, в особенности за статистическую интерпретацию волновой функции

Квантовая механика

Экспериментальное подтверждение идеи корпускулярно-волнового дуализма привело к пересмотру привычных представлений о движении частиц и способе описания частиц. Для классических материальных точек характерно движение по определенным траекториям, так, что их координаты и импульсы в любой момент времени точно известны. Для квантовых частиц это утверждение неприемлемо, так как для квантовой частицы импульс частицы связан с ее длиной волны, а говорить о длине волны в данной точке пространства бессмысленно.

Квантовый мир

- Корпускулярно-волновой дуализм
- Соотношения неопределенностей Гейзенберга

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar/2$$

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar/2$$

- Волновая функция

$$\psi\left(\vec{r}, t\right)$$

Операторы

Каждой физической величине F в квантовой теории сопоставляется линейный оператор $\hat{F}$, действующий на волновую функцию $\Psi(r,t)$.

Под оператором $\hat{F}$ понимается правило, по которому одной функции $\Psi(r,t)$ переменных r,t сопоставляется другая функция $U(r,t)$ тех же переменных.

$$U(r,t) = \hat{F}\Psi(r,t)$$

Спектр собственных значений оператора $\hat{F}$ представляет собой спектр возможных (измеряемых) значений этой величины. С результатами экспериментов сопоставляются средние значения физических величин, которые вычисляются по формуле

$$\overline{\mathrm{F}} = \int \Psi^* \, \hat{\mathrm{F}} \, \Psi \mathrm{d}v$$

Например: оператор $\hat{F}$ может означать дифференцирование по какой-либо переменной.

$$U(r,t) = \hat{F}\Psi(r,t) = \partial\Psi(r,t) / \partial r$$

$$\hat{F} = \partial / \partial r$$

Собственные значения
Собственные функции

С каждым оператором $\hat{F}$ в квантовой механике связывается уравнение

$$\hat{F}\psi_n(x) = F_n\psi_n(x),$$

определяющее его собственные значения F_n и полную систему ортонормированных функций ψ_n, подчиняющихся определенным граничным условиям. Совокупность величин F_n определяет спектр возможных значений физической величины F.

Функция $\psi_n(x)$ характеризует состояние системы, в котором величина F имеет значение F_n.

Одновременно измеримые величины

Для того, чтобы две величины *F* и *R* могли иметь определенные значения в некотором состоянии, описываемом волновой функцией ψ_n, эта волновая функция, очевидно, должна быть собственной функцией операторов $\hat{F}$ и $\hat{R}$, т. е. должны одновременно удовлетворяться два уравнения

$$\hat{F}\psi_n(x) = F_n\psi_n(x),$$

$$\hat{R}\psi_n(x) = R_n\psi_n(x).$$

Это имеет место только в том случае, когда операторы $\hat{F}$ и $\hat{R}$ коммутируют, т. е. выполняется соотношение

$$(\hat{R}\hat{F} - \hat{F}\hat{R}) = 0.$$

Таким образом, если квантовомеханические операторы, соответствующие двум квантовомеханическим величинам, коммутируют, то эти величины могут быть измерены одновременно. Если же операторы не коммутируют, то эти величины одновременно не могут иметь определенные значения.

Уравнение Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(r,t)}{\partial t} = \hat{H}\Psi(r,t)$$

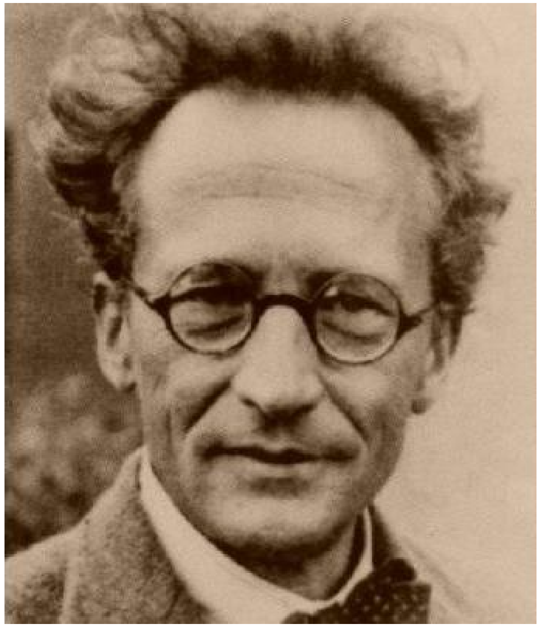
$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + U(r,t)$$

Эволюция квантовой системы в нерелятивистском случае описывается волновой функцией, удовлетворяющей уравнению Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \hat{H}\psi$$

$\psi(r,t)$ — волновая функция,
$\hat{H}$ — оператор Гамильтона (оператор полной энергии системы).

Уравнение Шредингера



Эрвин Шредингер
1887 - 1961

Пол Дирак
1902 - 1984

Нобелевская премия по физике

1933 г. – Э. Шредингер, П. Дирак.

За открытие новых плодотворных формулировок атомной теории

Стационарное уравнение Шредингера

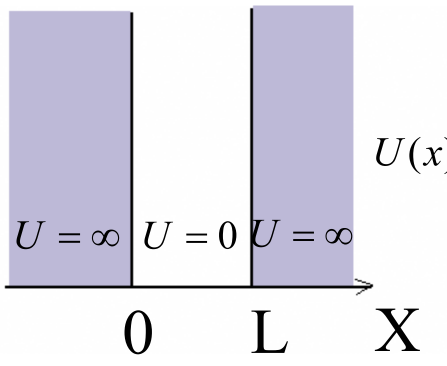
Если гамильтониан системы не зависит от времени, стационарное уравнение Шредингера имеет вид

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2}+U\psi(x)=E\psi(x)$$

Величина *E* имеет смысл собственного значения энергии системы, а *Ψ(x)* описывает состояние с заданной энергией.

Оператор Гамильтона может иметь как дискретный так и непрерывный спектр энергий.

Бесконечная прямоугольная яма



$$U(x)=\begin{cases}0 & при \quad 0<x<L \\ \infty & при \quad x\le 0,\ x\ge L\end{cases}$$

Частица всегда находится в области $0\le x\le L$. Вне этой области $\psi=0$. Запишем уравнение Шредингера для частицы, находящейся в области $0\le x\le L$.

$$\frac{d^2\psi}{dx^2}=-\frac{2mE}{\hbar^2}\psi \qquad (1)$$

Волновая функция, являющаяся решением уравнения (1), имеет вид

$$\psi=A\sin kx+B\cos kx, \qquad (2)$$

$k=(2mE/\hbar^2)^{1/2}$. Из граничных условий $\psi(0)=0$, $\psi(L)=0$ и условий непрерывности волновой функции имеем

$$A\sin kL=0. \qquad (3)$$

Из (3) следует

$$kL=n\pi, \qquad n=1,2,3\ldots, \qquad (4)$$

т. е. внутри ямы устанавливаются стоячие волны, а энергия состояния частиц имеет дискретный спектр значений E_n

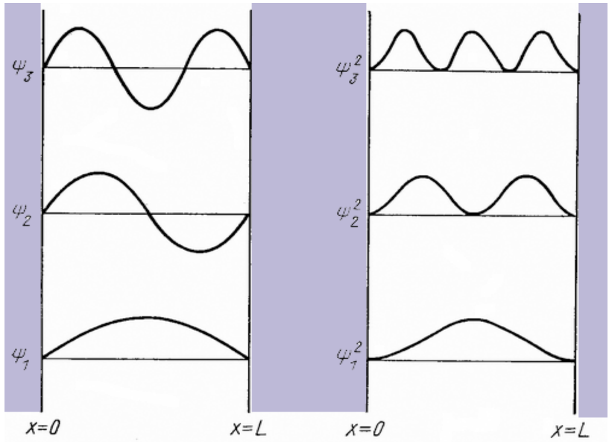
$$E_n=\frac{\hbar^2k^2}{2m}=\frac{\hbar^2\pi^2n^2}{2mL^2}, \qquad (5)$$

Частица в бесконечной прямоугольной яме

$$\psi_3 = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{3\pi x}{L} \qquad E_3 = \frac{9\hbar^2\pi^2}{2mL^2}$$

$$\psi_2 = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{2\pi x}{L} \qquad E_2 = \frac{4\hbar^2\pi^2}{2mL^2}$$

$$\psi_1 = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{\pi x}{L} \qquad E_1 = \frac{\hbar^2\pi^2}{2mL^2}$$



Частица может иметь только те значения энергии, которые определяются соотношением (5). Об этой ситуации говорят, что энергия квантуется на дискретные уровни. Частица может находиться в каком-то одном из множества дискретных состояний, доступных для неё. Чтобы частица перешла на другой энергетический уровень, она должна приобрести или потерять некоторое количество энергии, равное разности энергий уровней, между которыми происходит переход.

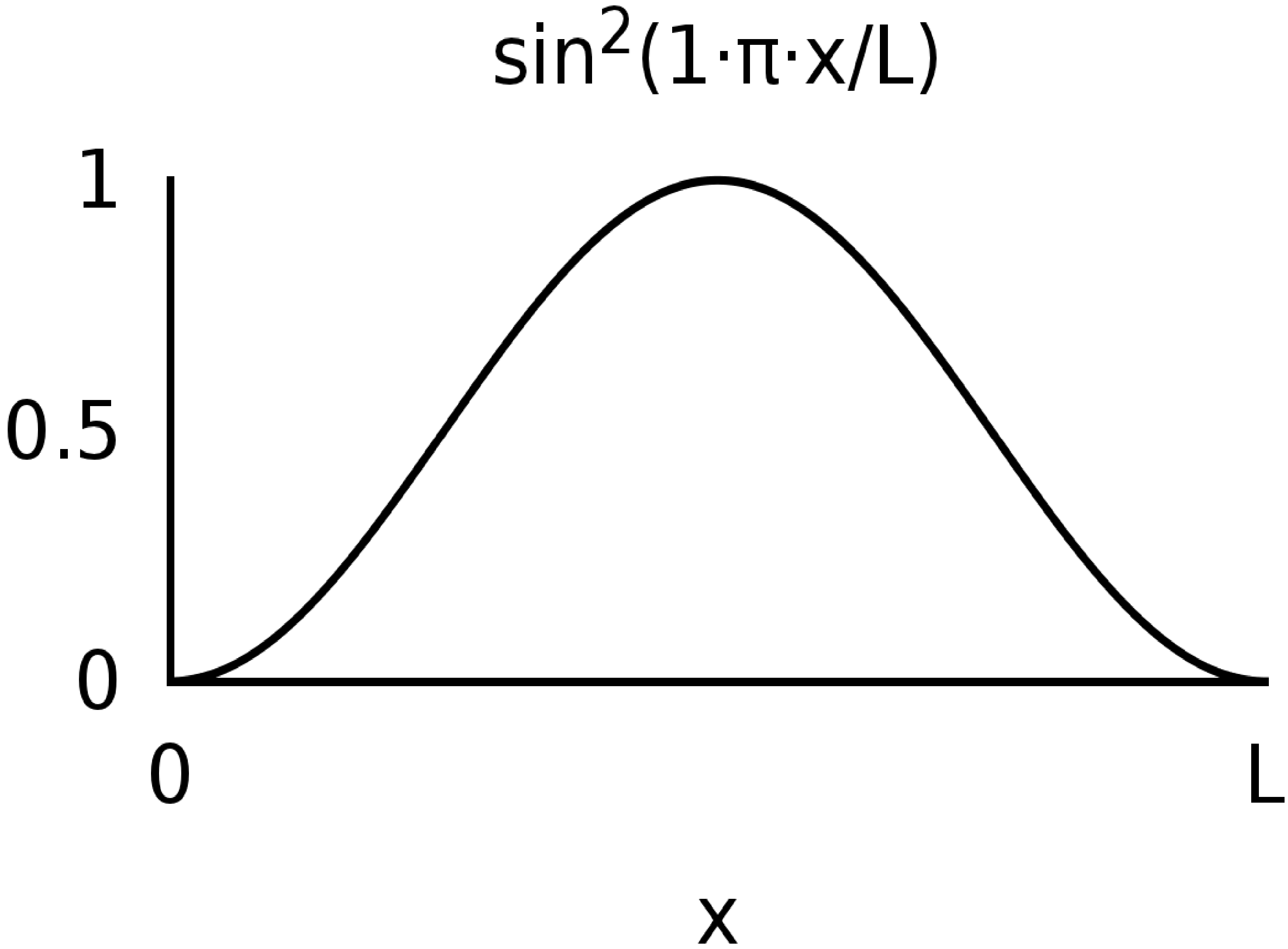
Энергии состояний растут квадратично в зависимости от квантового числа *n*. Каждому значению энергии соответствует волновая функция $\psi_n(x)$, которая с учетом условия нормировки

$$\int_0^L \left|\psi_n(x)\right|^2 dx = \int_0^L \left|A \sin \frac{\pi n x}{L}\right|^2 dx = 1$$

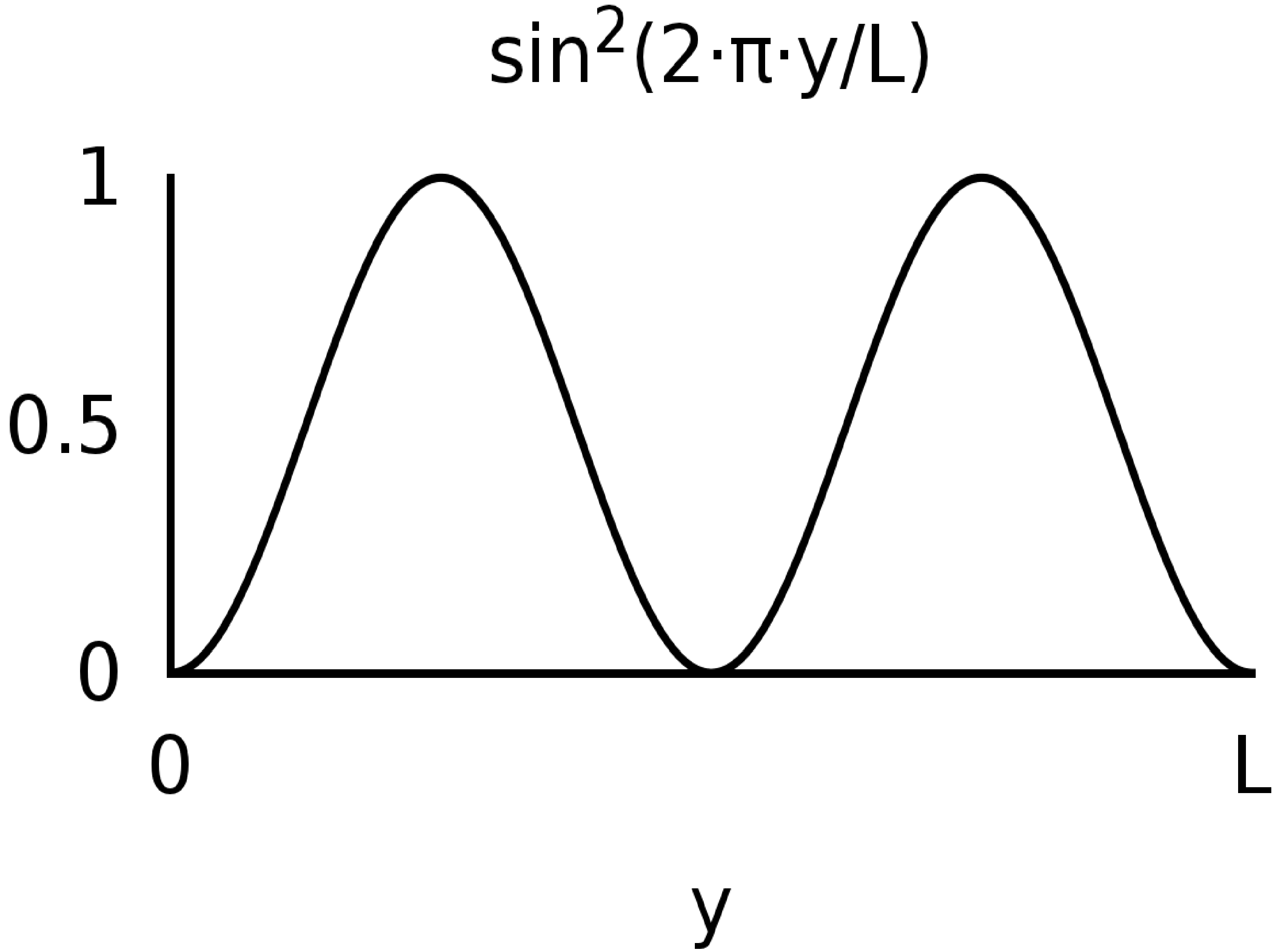
имеет вид

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{\pi n x}{L}\right).$$

Двумерное уравнение Шредингера

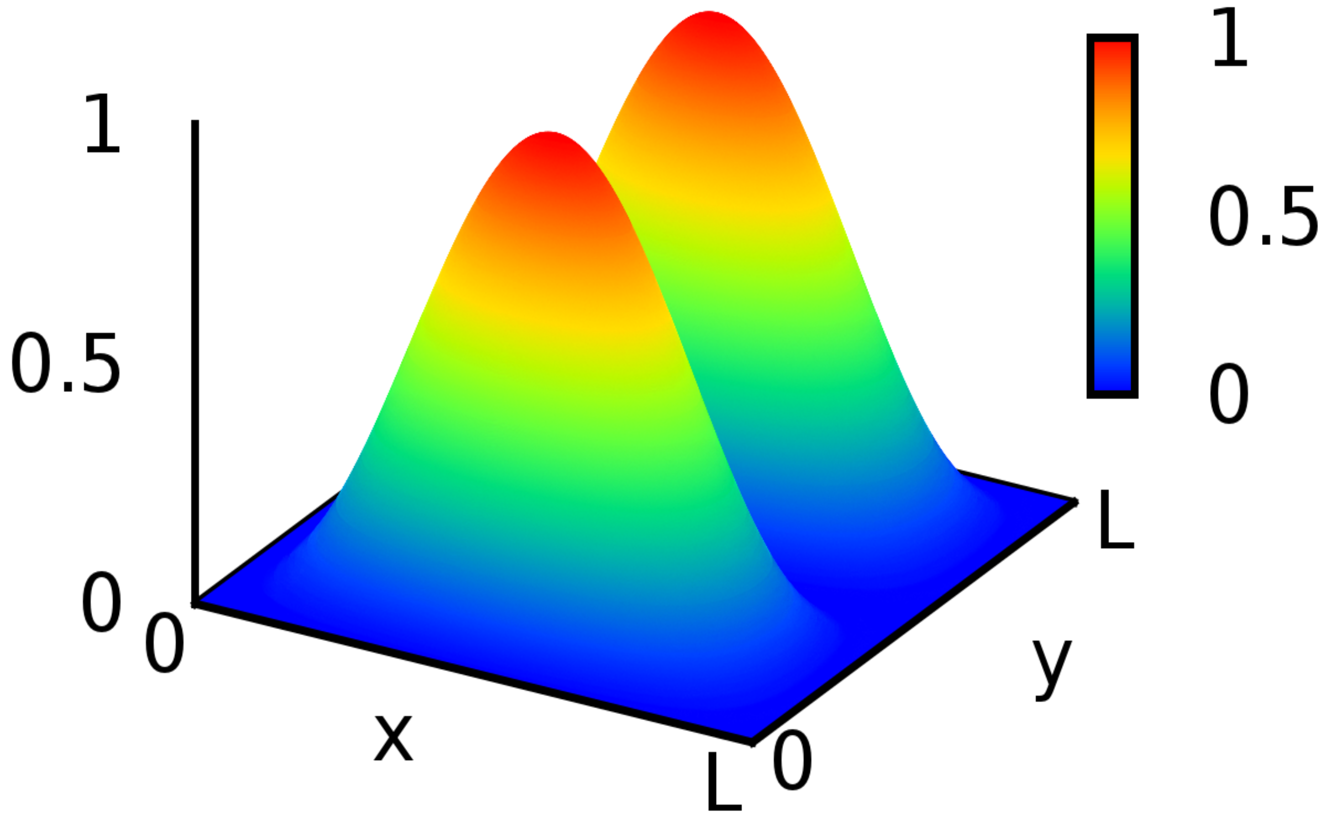


Двумерное уравнение Шредингера

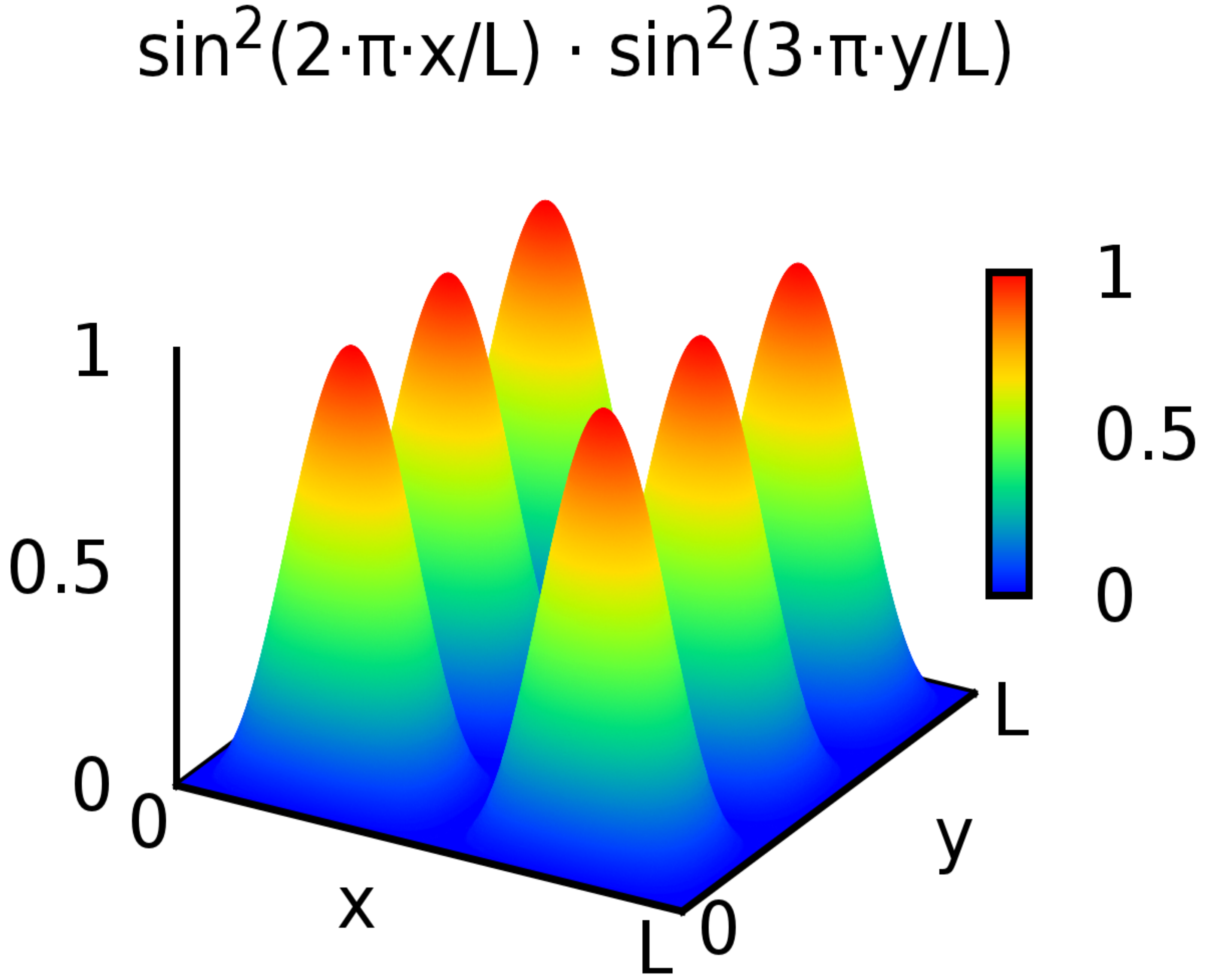


Двумерное уравнение Шредингера

$$\sin^2(1\cdot\pi\cdot x/L)\cdot\sin^2(2\cdot\pi\cdot y/L)$$

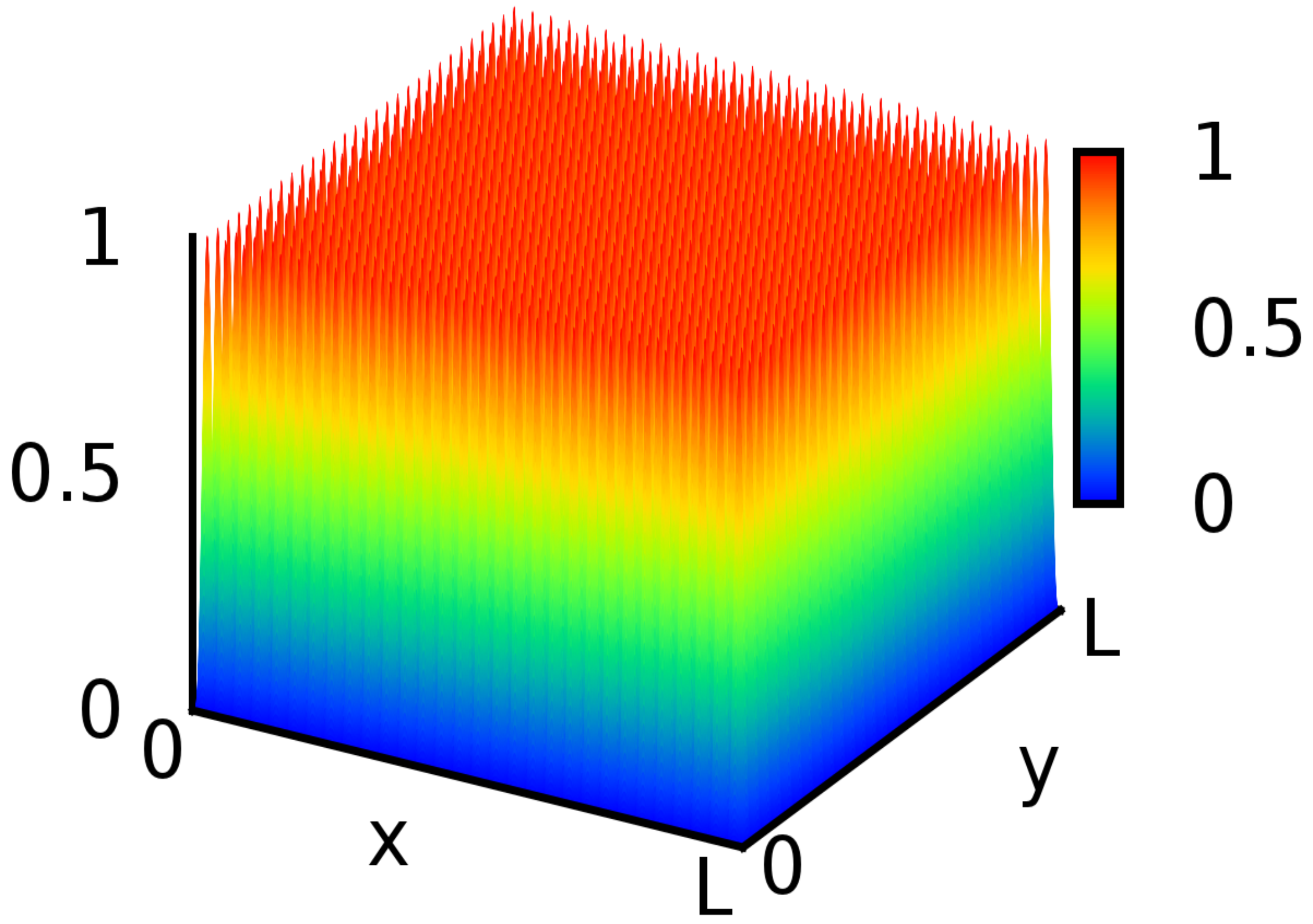


Двумерное уравнение Шредингера

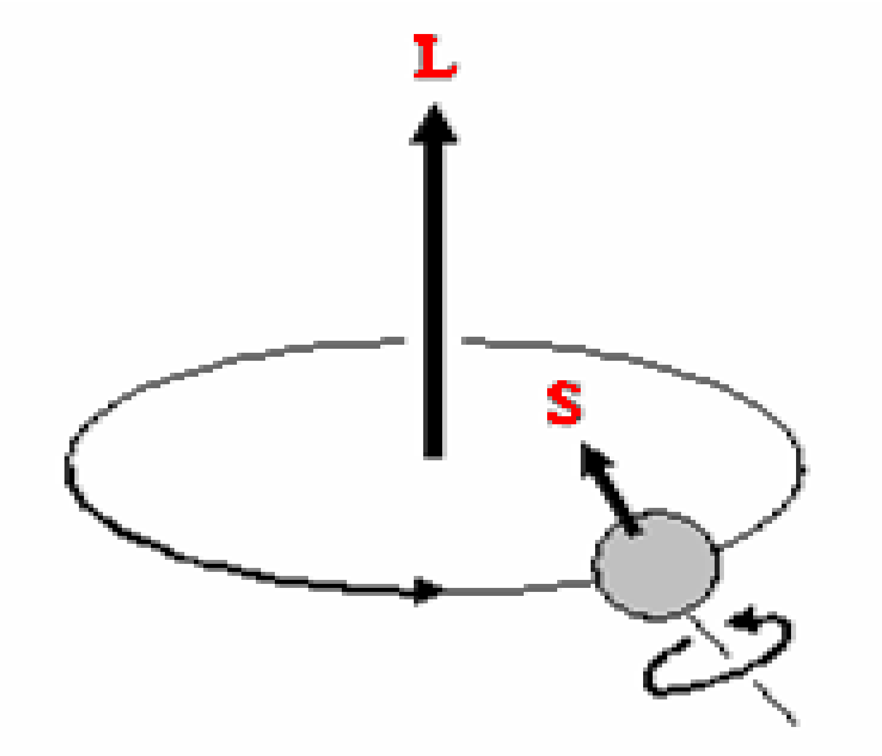


Двумерное уравнение Шредингера

$$\sin^2(30\cdot\pi\cdot x/L)\cdot\sin^2(30\cdot\pi\cdot y/L)$$



Спиновый момент частицы



Спин — собственный момент количества движения частицы. Спин имеет квантовую природу и не связан с какими-либо перемещениями частицы в пространстве. Спин измеряется в единицах постоянной Планка и равен s — характерное для каждой частицы полуцелое или целое (включая нуль) положительное число

$$S^2 = \hbar^2 s(s+1)$$

Спин

Частица	*Кварковый состав*	*Масса* mc^2*, МэВ*	*Спин* J
Электрон, e^-	—	0,511	1/2
Мюон, μ^-	—	105,6	1/2
Нейтрино, ν_e	—	0	1/2
Протон, p	uud	938,27	1/2
Нейтрон, n	udd	939,57	1/2
Сигма, Σ^+	uus	1189	1/2
Дельта, Δ^{++}	uuu	1232	3/2
Пион, π^+	$u\bar{d}$	139,57	0
Ро, ρ^+	$u\bar{d}$	776	1
Гамма-квант, γ	—	—	1

Тождественность частиц. Квантовая статистика. Фермионы и бозоны

В микромире частицы одного типа неразличимы, т.е. имеет место принцип тождественности частиц. Перестановка двух одинаковых частиц не меняет состояния системы. Гамильтониан системы частиц инвариантен к перестановке двух любых частиц одного типа. Должна быть сохраняющаяся физическая величина (квантовое число), отвечающая этому преобразованию. Оператор $\hat{\Pi}_{12}$ перестановки двух одинаковых частиц 1 и 2 определяется следующим образом:

$$\hat{\Pi}_{12}\psi(1,2,\dots,A) = \psi(2,1,\dots,A).$$

Инвариантность к перестановке означает, что

$$|\psi(1,2,\dots,A)|^2 = |\psi(2,1,\dots,A)|^2 \quad \text{или}$$

$$\boxed{\hat{\Pi}_{12}\psi(1,2,\dots) = \psi(2,1,\dots) = \varepsilon\psi(1,2,\dots) = \begin{cases} +\psi(1,2,\dots), & \varepsilon = +1, \\ -\psi(1,2,\dots), & \varepsilon = -1. \end{cases}}$$

Частицы, для которых $\varepsilon = +1$, называются *бозонами*.
Частицы, для которых $\varepsilon = -1$, называются *фермионами*.

В квантовой теории поля показывается, что фермионы имеют полуцелый спин, а бозоны – целый.

Бозоны: фотон (спин 1), пион и α-частица (спин 0),
Фермионы: протон, нейтрон, электрон (спин 1/2).

В системе тождественных фермионов в одном состоянии (с одинаковым набором квантовых чисел) может быть не более одной частицы (принцип запрета Паули), в системе тождественных бозонов – сколько угодно. Разнообразие химических элементов обусловлено тем, что электрон фермион. Лазер существует потому что фотон – бозон.

Ферми

Принцип Паули:
$$\psi(2,1) = \psi(1,2).$$
Если частицы 1 и 2 в одном состоянии, то
$$\psi(2,1) = \psi(1,2) = \psi$$
и $\psi = -\psi$, т.е. $\psi = 0$.

Бозе

Принцип Паули

Вольфганг Паули
1900 - 1958

1925 г. - формулировка

1940 г. - доказательство

- понятие спина
- теорема Паули
- нейтрино

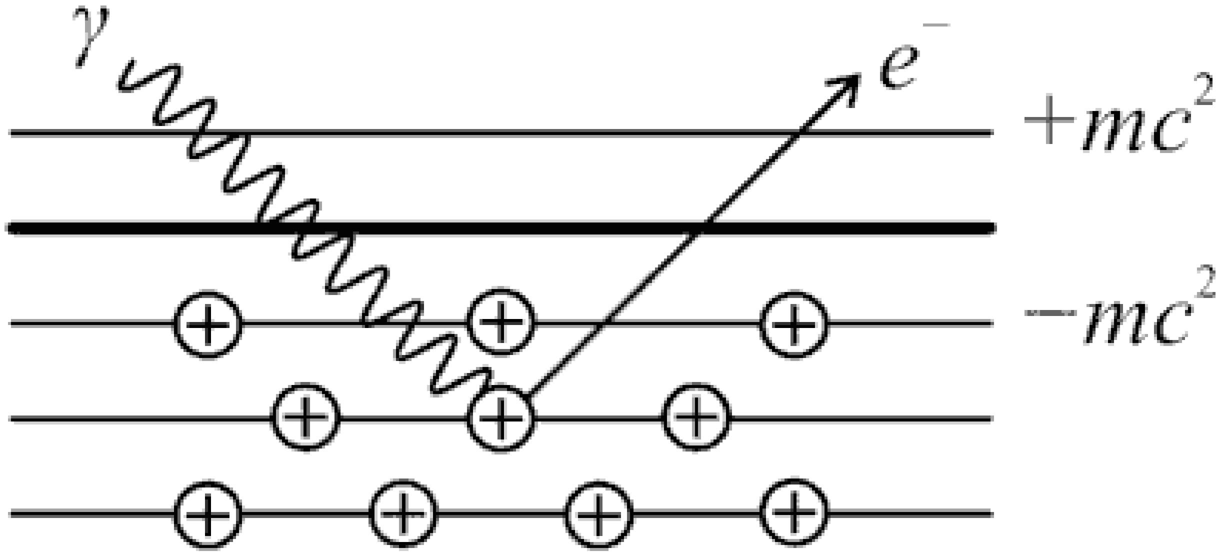
эффект Паули ☺

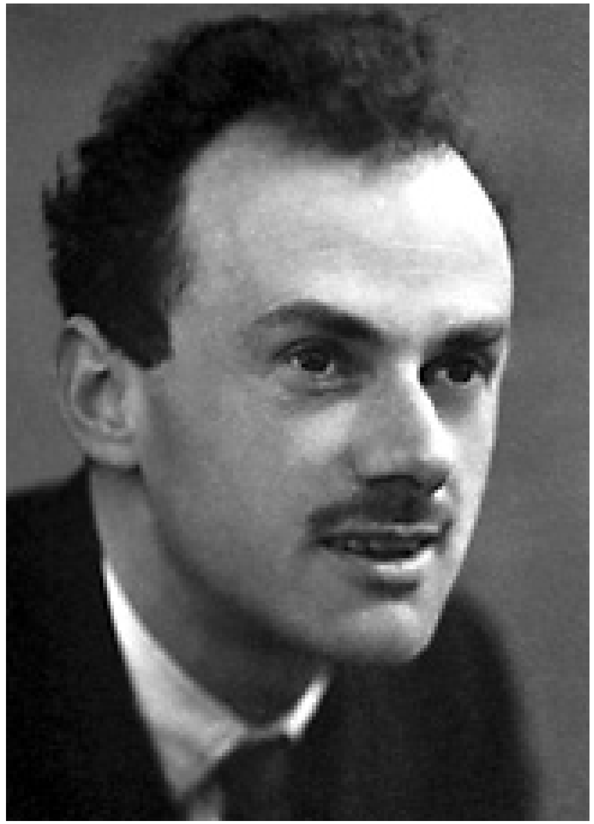
Нобелевская премия по физике

1945 г. – В. Паули.

За открытие принципа запрета Паули

Античастицы
(П.Дирак, 1928 г.)

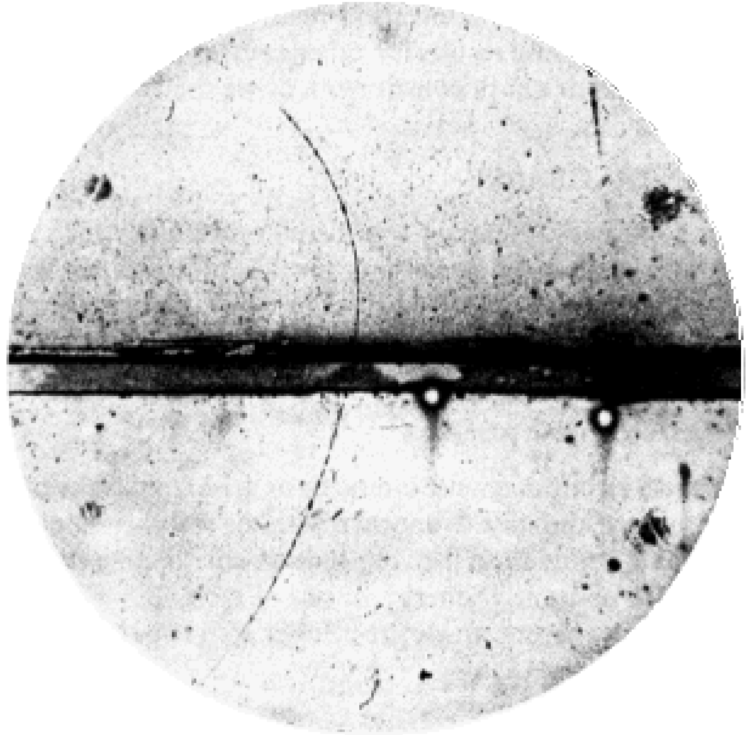




1932 Позитрон e^+

m = 0.511 МэВ

$$e^+ + e^- \rightarrow 2\gamma$$

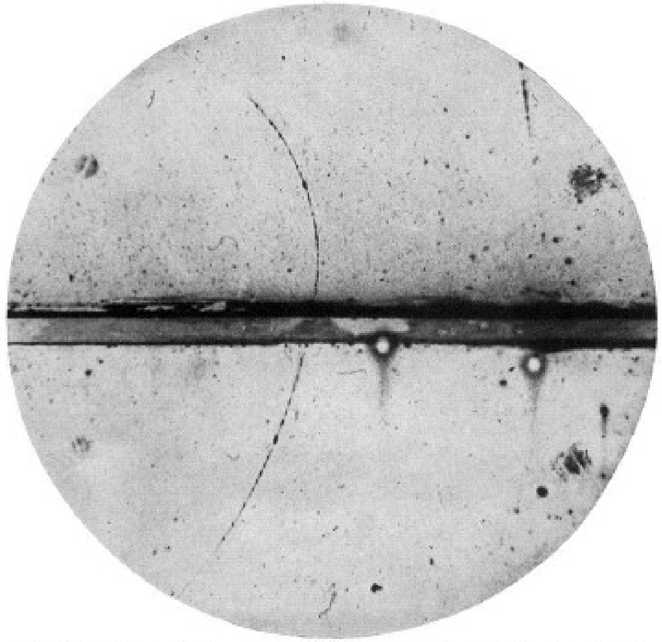


Наблюдение позитрона в камере Вильсона в магнитном поле. Тонкая изогнутая прерывистая линия, идущая снизу вверх – трек позитрона. Темная полоса, пересекающая трек - слой вещества, в котором позитрон теряет часть энергии, и по выходе из которого двигается с меньшей скоростью. Поэтому трек искривлён сильнее.

Открытие позитрона

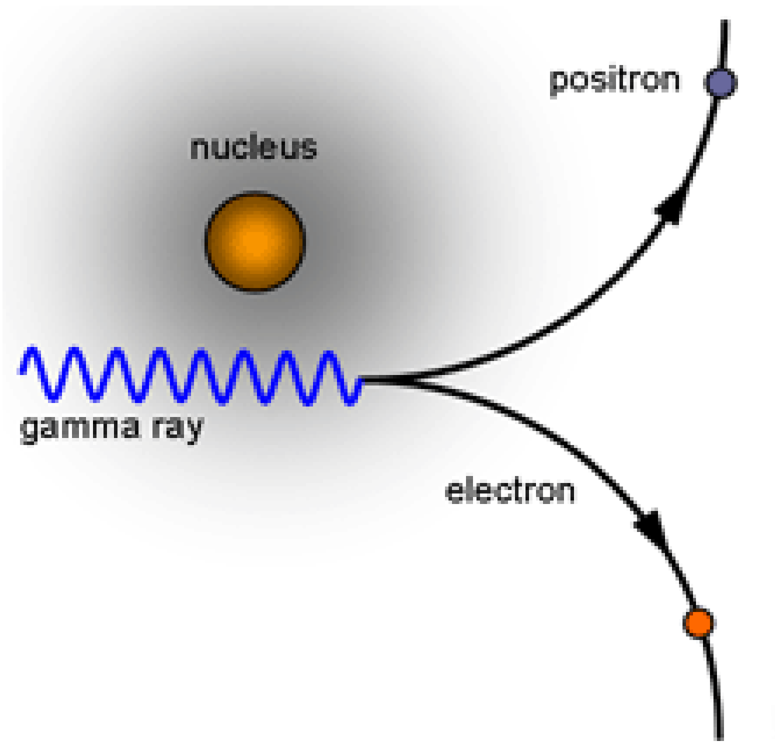
Карл Андерсон
1905 - 1991

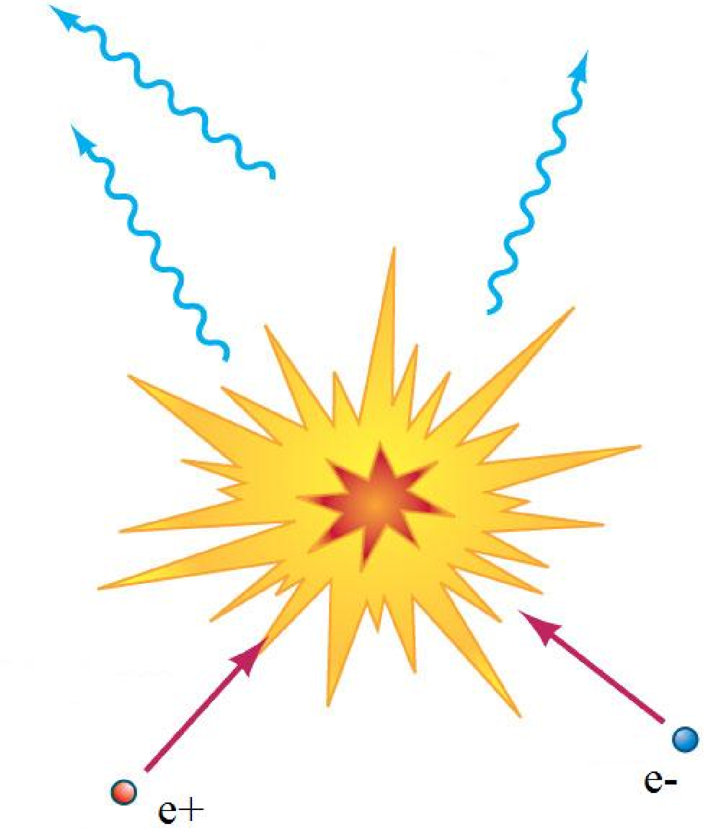
1932 г.



Нобелевская премия по физике
1936 г. – К.Андерсон.
За открытие позитрона

Рождение и аннигиляция частиц





Античастицы

В 1928 г. П. Дираком на основе анализа релятивистского уравнения было предсказано существование позитрона

Открытия античастиц

1932 – Позитрон
1955 – Антипротон
1956 – Антинейтрон
1966 – Антидейтерий
1970 – Антигелий
1998 – Антиводород

Каждая частица имеет своего двойника – античастицу. Античастица обладает рядом характеристик, имеющих те же численные значения что и частица, и некоторые характеристики с противоположным знаком. Так частица и античастица имеют одинаковые массы и спины и противоположные значения зарядов.

Частицы - Античастицы

При переходе частица ⇔ античастица

Сохраняются:

спин, масса, время жизни, способ распада, изоспин I и величина магнитного момента.

Меняют знак аддитивные квантовые числа:

электрический заряд Q, барионное квантовое число (барионный заряд) $\mathbf{B}$, лептонные квантовые числа (лептонные заряды) L_e , L_μ , L_τ, проекция изоспина I_3, а также кварковые квантовые числа: странность S, очарование C, bottomness B, topness T и магнитный момент.

Если все аддитивные квантовые числа частицы (включая заряды) нулевые, то она тождественна своей античастице. Такие частицы называют *истинно нейтральными*.

Примеры: фотон (γ), нейтральный пион $\left(\pi^0\right)$ и Z-бозон.

Открытия частиц

- 1919 г. – протон (Э.Резерфорд)
- 1932 г. – нейтрон (Д.Чэдвик) и позитрон (К.Андерсон)
- 1937 г. – мюон (К.Андерсон и др.)
- 1947 г. – пион (С.Пауэлл и др.), странные частицы (Д.Рочестер, К.Батлер)
- 1955 г. – антипротон (Э.Сегрэ, О.Чемберлен и др.)
- 1956 г. – электронное антинейтрино (Ф.Райнес, К.Коуэн)
- 1960 г. – адронные резонансы (Л.Альварес)
- 1962 г. – мюонное нейтрино (Л.Ледерман)
- 1967 г. – электронное нейтрино (Р.Дэвис)
- 1975 г. – таон (М.Перл)
- 2000 г. – таонное нейтрино (коллаборация DONUT)

Некоторые сведения об элементарных частицах

Всего известно около 500 частиц (включая античастицы). Мы уже встречали протон (p), нейтрон (n), электрон и позитрон ($e^{\pm}$), фотон (γ), нейтрино (ν), антинейтрино ($\bar{\nu}$), промежуточные бозоны ($W^{\pm}$, Z), пионы ($\pi^{\pm}, \pi^{0}$).

Стабильные частицы:

p, e, γ, ν (и их античастицы). $\tau_e > 4{,}6 \cdot 10^{26}$ лет, $\tau_p > 10^{32}$ лет

Самая долгоживущая нестабильная частица:

это нейтрон $n \to p + e^{-} + \bar{\nu}_e$. $\tau_n \approx 900$ сек

Остальные частицы короткоживущие

их времена жизни 10^{-24}–10^{-6} сек

Большинство частиц-античастиц (их более 450) имеют размеры ≈ 1Фм и состоят из двух или трёх кварков. Они называются *адронами*

Остальные частицы бесструктурны ($< 10^{-17}$ см):

это 6 кварков + 6 лептонов + кванты полей (глюоны, фотон, $W^{\pm}$, Z, гравитон).

Их часто называют *фундаментальными*