Глава 9

Сечения и фазовый объем

В предыдущей главе обсуждалось понятие поперечного сечения реакции и одна из популярных схем его измерения в экспериментах по рассеянию. Было упомянуто, что сечение некоторой реакции связано непосредственно с квадратом модуля амплитуды ее вероятности и размером области в т. н. "фазовом пространстве", в которой могут оказаться конечные продукты реакции. Обсудим здесь эту связь.

9.1 Сечения и матрица рассеяния.

При вычислениях вероятностей переходов в единицу времени используется понятие матрицы рассеяния, или S-матрицы, связывающей начальные ($|i>$) и конечные ($|f>$) состояния частиц в рассматриваемом процессе. Она определяется так, что квадрат модуля ее матричного элемента определяет вероятность обнаружения определенного конечного состояния после того, как произошло взаимодействие. Ясно, что матричные элементы S -матрицы могут быть ненулевыми только тогда, когда полный 4-импульс конечного состояния $\mathcal{P}_f$ равен полному 4-импульсу начального состояния $\mathcal{P}_i$, т. е. выполняется закон сохранения энергии-импульса. Это необходимое (но, очевидно, не достаточное) условие.

Понятие S-матрицы рассматривалось еще в курсе квантовой механики, поэтому ограничимся здесь кратким напоминанием основных моментов в получении связи между сечением (полным или дифференциальным) реакции $< f| \leftarrow |i >$ и матричным элементом $< f|S|i >$. Выделим δ-функцию сохранения 4-импульса в определении матричного элемента и перепишем его через "матрицу перехода" T:

$$< f|S|i >= \delta_{f\,,\,i} + i\,(2\pi)^4\,\delta\,(\mathcal{P}_i - \mathcal{P}_f) \cdot N \cdot < f|T|i > \quad , \tag{9.1}$$

где N – нормировочный множитель, который является, фактически, произведением из нормировочных множителей волновых функций каждой из частиц, участвующих в реакции (т.е частиц и начального, и конечного состояний). Далее будем считать, что начальные частицы не имеют спина (это упростит запись формул), а начальные и конечные состояния не тождественны.

Вероятность перехода в единицу времени из состояния $|i >$ в состояние $|f >$ связана с квадратом модуля матричного элемента:

$$\frac{\delta W}{\delta t} = (2\pi)^4\,\delta\,(\mathcal{P}_i - \mathcal{P}_f) \cdot |N|^2 \cdot V \cdot |< f|T|i >|^2 \ , \tag{9.2}$$

где V - нормировочный объем, а при получении выражения (9.2) было использовано соотношение

$$[\delta\,(\mathcal{P})]^2 \to \delta\,(\mathcal{P}) \cdot \frac{1}{(2\pi)^4} \int dx\, e^{i\mathcal{P}x} = \frac{V\,t}{(2\pi)^4}\,\delta\,(\mathcal{P}) \quad , \tag{9.3}$$

где одна дельта-функция была заменена интегралом по нормировочному объему и полному времени взаимодействия.

Вспоминая, как в предыдущей лекции определялось число столкновений нужного типа, видим, что для получения сечения рассматриваемой реакции надо разделить $\delta W/\delta t$ на поток падающих частиц и просуммировать по всем конечным состояниям рассматриваемого перехода, что даст

$$\sigma = \frac{V}{\mathrm{flux}} \cdot (2\pi)^4 \sum_{\text{final states}} |N|^2 \times$$
$$\times\, \delta\left(\mathcal{P}_{n\,,\,f}^2 - m_n^2\right) \theta\,(E_{n\,,\,f}) \cdot \delta\,(\mathcal{P}_i - \mathcal{P}_f) \cdot |< f|T|i >|^2 \ , \tag{9.4}$$

где $\mathcal{P}_{n\,,\,f}$ – 4-импульс n-й частицы конечного состояния $|f >$ (то есть, $\mathcal{P}_f = \sum_n \mathcal{P}_{n\,,\,f}$), и учтено также то обстоятельство, что все регистрируемые частицы находятся на массовой поверхности, т. е. $\mathcal{P}_{n\,,\,f} = m_n^2$, причем полная энергия n-й частицы положительна (поэтому в (9.4) появилась тета-функция).

Поток падающих частиц (например, взятый в системе покоя частицы-мишени), при нормировке волновых функций "на одну частицу в нормировочном объеме", равен просто отношению относительной скорости начальных частиц на величину нормировочного объема: flux $= v_0/V$; поэтому (9.4) принимает вид

$$\sigma = \frac{V^2}{v_0} \cdot (2\pi)^4 \sum_{\text{final states}} |N|^2 \times$$
$$\times \delta\left(\mathcal{P}_{n\,,\,f}^2 - m_n^2\right) \theta\left(E_{n\,,\,f}\right) \cdot \delta\left(\mathcal{P}_i - \mathcal{P}_f\right) \cdot | < f|T|i > |^2\ , \quad (9.5)$$

где относительная скорость v_0 уже обсуждалась раньше и поэтому ее легко выписать:

$$\begin{aligned} |\mathbf{u}_{ab}| &= \gamma_a v_0 = \frac{E_a}{m_a}\frac{|\mathbf{p}_a|}{E_a} = \frac{|\mathbf{p}_a|}{m_a}\frac{m_b}{m_b} = \\ &= \frac{\sqrt{E_a^2 m_b^2 - m_a^2 m_b^2}}{m_a m_b} = \\ &= \frac{\sqrt{\left(\mathcal{P}_a \mathcal{P}_b\right)^2 - m_a^2 m_b^2}}{m_a m_b}\ , \end{aligned}$$

то есть, произведение (см. определение величины $InvFlux$ в (8.3))

$$E_a E_b v_0 = m_a m_b |\mathbf{u}_{ab}| = InvFlux \quad (9.6)$$

есть инвариант. Отсюда видно, что если выбрать нормировочный множитель для начальных частиц a (и b) в виде

$$N_a = \frac{1}{\sqrt{V \cdot E_a}}\ , \quad (9.7)$$

то (9.5) примет вид

$$\begin{aligned} \sigma \;=\; & \frac{1}{E_a E_b\, v_0} \cdot (2\pi)^4 \sum_{\text{final states}} |N_1|^2 \cdot \delta\left(\mathcal{P}_{n\,,\,f}^2 - m_n^2\right) \theta\left(E_{n\,,\,f}\right) \cdot \\ & \delta\left(\mathcal{P}_i - \mathcal{P}_f\right) \cdot | < f|T|i > |^2\ , \end{aligned} \quad (9.8)$$

где N_1 – содержит нормировочные множители только для частиц конечного состояния. Обсудим это выражение.

- Под суммой по конечным состояниям подразумевается:

– сумма по всем спиновым состояниям;

– интегрирование по 4-импульсам частиц конечного состояния.

- При интегрировании по всем 4-импульсам имеется в виду инвариантный элемент объема $d^4\mathcal{P}_{n\,,\,f}$; однако на самом деле, в силу того, что соответствующая частица находится на массовой поверхности (то есть, $\mathcal{P}^2_{n\,,\,f} = m^2_n$) и ее энергия положительна, интегрирование на деле идет по гиперповерхности, выделяемой дельта-функцией. Поэтому вместо четырех переменных в импульсном пространстве только три являются независимыми. В этом легко убедиться, выполнив интегрирование по энергии (см. (9.15)).

- Теперь становится понятным, почему в знаменателе нормировочного множителя в (9.7) появляется энергия.

С учетом сказанного, выражение (9.8) можно переписать как

$$\begin{aligned}\sigma \;\; = \;\; & \frac{1}{E_a E_b\, v_0}\cdot(2\pi)^4 \sum_{\text{spin}} \int ... \int \frac{d\mathbf{q_1}}{2E_1} ... \frac{d\mathbf{q_n}}{2E_n} |N_1|^2 \cdot\cdot \\ & \delta\left(\mathcal{P}_a + \mathcal{P}_b - \sum_{j=1\,,\,n} \mathcal{P}_j\right)\cdot|<f|T|i>|^2\;, \qquad (9.9)\end{aligned}$$

Из курса квантовой механики известно, что элемент объема d^3p в импульсном пространстве включает $\left(V/\left(2\pi\right)^3\right) d^3p$ состояний, и по ним тоже подразумевается суммирование. Поэтому

$$\begin{aligned}\sigma \;\; = \;\; & \frac{1}{E_a E_b\, v_0}\cdot(2\pi)^4 \cdot \left(\frac{V}{\left(2\pi\right)^3}\right)^n \sum_{\text{spin}} \int ... \int \frac{d\mathbf{q_1}}{2E_1} ... \frac{d\mathbf{q_n}}{2E_n} |N_1|^2 \cdot\cdot \\ & \delta\left(\mathcal{P}_a + \mathcal{P}_b - \sum_{j=1\,,\,n} \mathcal{P}_j\right)\cdot|<f|T|i>|^2\;, \qquad (9.10)\end{aligned}$$

Фактически, нормировка одночастичных состояний уже выбрана (с точностью до множителей типа $(2\pi)^3$) так, что нормировочный объем в (9.10) сокращается с соответствующим знаменателем, спрятанным в $|N_1|^2$. В итоге приходим к форме, где нормировочного объема, как и нормировочного множителя, уже нет:

$$\sigma = \frac{1}{E_a E_b\, v_0} \cdot (2\pi)^4 \cdot \frac{1}{(2\pi)^{3n}} \sum_{\rm spin} \int ... \int \frac{d\mathbf{q_1}}{2E_1} ... \frac{d\mathbf{q_n}}{2E_n} \cdot \cdot$$

$$\delta \left(\mathcal{P}_a + \mathcal{P}_b - \sum_{j=1\,,\,n} \mathcal{P}_j \right) \cdot | < f|T|i > |^2 \,. \qquad (9.11)$$

Возможны и другие соглашения о нормировках одночастичных состояний: от этого зависит лишь форма выражения, связывающего матричный элемент реакции с сечением, но не само численное значение сечения. Остается обсудить смысл формулы (9.11).

9.2 Понятие о фазовом объеме.

Говоря о состоянии системы n частиц, мы задаем их 4-импульсы. Пространством состояний рассматриваемой системы оказывается, т. о., импульсное пространство. Элемент объема 4-импульсного пространства для системы n частиц (его также называют *фазовым пространством* для этой системы) есть:

$$dR_n = d^4\mathcal{P}_1 d^4\mathcal{P}_2 ....d^4\mathcal{P}_n \qquad (9.12)$$

Весь доступный рассматриваемым частицам объем этого фазового пространства можно назвать *интегралом состояний*. Он не бесконечен, поскольку (1) полная энергия системы n частиц фиксирована; (2) 4-импульс каждой из частиц имеет фиксированную "длину", так как $\mathcal{P}^2 = E_i^2 - \mathbf{p}_i^2 = m_i^2$, (говорят, что все эти частицы находятся на "массовой поверхности"). Чтобы учесть эти обстоятельства, элемент фазового объема надо записать в виде

$$dR_n = \prod_1^n d^4\mathcal{P}_i \delta\left(\mathcal{P}_i^2 - m_i^2\right) \delta^4 \left(\sum_1^n \mathcal{P}_i - \mathcal{P}_n \right) \,, \qquad (9.13)$$

где $\mathcal{P}_n$ – полный 4-импульс нашей системы n частиц.

Вероятность пребывания нашей системы в той или иной ячейке фазового пространства определяется квадратом модуля амплитуды перехода из начального состояния в интересующее нас конечное ($\mathcal{M}^2$): умножив его на элемент фазового объема dR_n, получаем вероятность dW того, что система будет в соответствующем состоянии:

$$dW = \mathcal{M}^2 \cdot \prod_1^n d^4\mathcal{P}_i \delta\left(\mathcal{P}_i^2 - m_i^2\right) \delta^4 \left(\sum_1^n \mathcal{P}_i - \mathcal{P}_n\right) \ , \qquad (9.14)$$

и после интегрирования по массовой и энергетической поверхностям (их пересечению) и учета нормировочных факторов, можно получить полную вероятность распада на данные частицы или полное сечение соответствующего процесса, как это было сделано в предыдущем разделе (см. (9.11)).

Если же зафиксировать энергию E_1 (или модуль импульса) одной из частиц, например, частицы 1, и проинтегрировать по всем остальным переменным, то dR_n можно представить в виде $F(E_1)dE_1$, где $F(E_1)$ есть "площадь" сечения "физической" части фазового пространства плоскостью $E_1 = const$; это будет плотность вероятности частице 1 иметь энергию E_1. Проще говоря, это не что иное, как энергетический спектр частицы 1.

Рассмотрим (гипотетический, но в ряде частных случаев вполне реальный) случай, когда **квадрат матричного элемента реакции не зависит от импульсов частиц**, иными словами, когда вероятность того, что система окажется в какой-то ячейке фазового пространства, не зависит от положения этой ячейки в фазовом пространстве. **Тогда вероятность иметь те или иные численные характеристики системы пропорциональна объему той области фазового пространства, где эти характеристики могут наблюдаться в принципе.** Например, полная вероятность реакции или распада будет пропорциональна полному фазовому объему, доступному для данной реакции/распада при данных начальных условиях. То есть, в этом случае подсчет вероятностей сводится к вычислению фазового объема, то есть – кинематике [2]!

Итак, пусть $\mathcal{M}^2 \equiv 1$ (или некоторой константе, которую можно положить равной 1, что равносильно изменению единиц измерения). Тогда формула (9.13) определяет элемент фазового объема. Это - 4-мерный скаляр, зависящий только от 4-импульсов, и потому и он, и интеграл от него, не зависят от системы отсчета. Более того, после интегрирования по всем $\mathcal{P}_i$ он может зависеть только от полного 4-импульса системы и тех инвариантов (скаляров), которые останутся после такого интегрирования. Это означает, что полный фазовый объем должен зависеть только от масс частиц и полной массы системы (или переменной s).

Заметив, что из четырех компонентов каждого $\mathcal{P}_i$ только 3 являются независимыми (т. к. частицы находятся на массовой поверхности), можно убрать δ-функции из (9.13), проинтегрировав по четвертой компоненте:

$$\int d^4\mathcal{P}_i\,\delta\left(\mathcal{P}_i^2 - m_i^2\right) = \int d^3\mathbf{p}_i dE_i\,\delta\left(E_i^2 - \mathbf{p}_i^2 - m_i^2\right) = \int \frac{d^3p_i}{2E_i}\ , \quad (9.15)$$

где для перехода к последнему равенству в этой формуле надо использовать известное свойство δ-функции.

В результате, элемент фазового объема из формы (9.13) принимает форму (уже в пространстве 3-импульсов)

$$dR_n = \prod_{i=1}^{n} \frac{d^3p_i}{2E_i}\,\delta^{(3)}\left(\mathbf{p} - \sum_{i=1}^{n}\mathbf{p}_i\right)\delta\left(E - \sum_{i=1}^{n}E_i\right)\ . \quad (9.16)$$

Важно отметить (см. также книгу Бюклинга и Каянти [3]):

1. в формуле (9.16) импульс каждой частицы можно брать в своей особой системе отсчета, **проследив за тем, чтобы все импульсы и энергии в аргументах δ-функций были пересчитаны к одной и той же (но безразлично, к какой именно!) системе отсчета**;

2. элемент фазового объема, выписанный в (9.16), остается инвариантным.

Итак, фазовый объем системы n частиц есть[1]

$$R_n(s) = \int \prod_{i=1}^{n} \frac{d^3p_i}{2E_i}\,\delta^{(4)}\left(\mathcal{P} - \sum_{i=1}^{n}\mathcal{P}_i\right)\ . \quad (9.17)$$

Вычислим его для системы из двух частиц (см. [2]), перейдя, для удобства, в систему их центра масс:

$$R_2 = \int \frac{d^3p_1}{2E_1}\,\frac{d^3p_2}{2E_2}\delta^{(3)}\left(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2\right)\delta\left(E_1 + E_2 - \sqrt{s}\right)\ . \quad (9.18)$$

Проинтегрировав по $\mathbf{p}_2$ с учетом δ-функции, получим:

$$R_2 = \int \frac{d^3p_1}{2E_1}\,\frac{1}{2\sqrt{\mathbf{p}_1^2 + m_2^2}}\delta\left(E_1 + \sqrt{\mathbf{p}_1^2 + m_2^2} - \sqrt{s}\right)\ . \quad (9.19)$$

[1] Здесь, для простоты, сделано переобозначение интеграла по фазовому объему: опущены множители со степенями 2π.

Воспользуемся сферической системой координат: $d^3p_1 = p_1^2 dp_1 d\phi d\cos\theta$, где (напомним, что вычисление делается в системе центра масс пары частиц 1 и 2!) все направления вектора $\mathbf{p}_1$ равновероятны, т. е. угол ϕ меняется равновероятно от 0 до 2π, $\cos\theta$ меняется равновероятно от -1 до $+1$ и интегрирование по ним дает просто фактор 4π.

Интегрирование по p_1 тоже легко выполнить благодаря δ-функции: в самом деле,

$$\begin{aligned}
p_1^2 dp_1 &= p_1 E_1 dE_1 \ , \\
E_2 &= \sqrt{E_1^2 - m_1^2 + m_2^2} \ , \\
x &= E_1 + \sqrt{E_1^2 - m_1^2 + m_2^2} - \sqrt{s} \ ;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
dx &= dE_1 + \frac{E_1 dE_1}{\sqrt{E_1^2 - m_1^2 + m_2^2}} = dE_1 \left(1 + \frac{E_1}{\sqrt{E_1^2 - m_1^2 + m_2^2}}\right) = \\
&= dE_1 \frac{\sqrt{s}}{\sqrt{E_1^2 - m_1^2 + m_2^2}} \ , \qquad (9.20) \\
dE_1 &= \frac{\sqrt{E_1^2 - m_1^2 + m_2^2}}{\sqrt{s}} \cdot dx \ ,
\end{aligned}$$

то есть,

$$\begin{aligned}
& p_1^2 dp_1 \frac{1}{2E_1} \frac{1}{2\sqrt{\mathbf{p}_1^2 + m_2^2}} \delta\left(E_1 + \sqrt{\mathbf{p}_1^2 + m_2^2} - \sqrt{s}\right) = \\
= \ & p_1 E_1 \frac{1}{2E_1} \frac{1}{2\sqrt{E_1^2 - m_1^2 + m_2^2}} \frac{\sqrt{E_1^2 - m_1^2 + m_2^2}}{\sqrt{s}} \cdot dx \delta(x) = \\
= \ & p_1 \frac{1}{4\sqrt{s}} \cdot dx \delta(x) \ , \qquad (9.21)
\end{aligned}$$

где p_1 – импульс частицы 1 в системе центра масс; как известно, это

$$\begin{aligned}
p_1 &\equiv p_{c.m.} = \frac{\sqrt{s - (m_1 + m_2)^2}\sqrt{s - (m_1 - m_2)^2}}{2\sqrt{s}} \ , \\
E_1 &= \frac{s + m_1^2 - m_2^2}{2\sqrt{s}} \ . \qquad (9.22)
\end{aligned}$$

Теперь интеграл по dx берется просто; с учетом фактора 4π от интегрирования по углам, получаем, что для системы из двух частиц

$$R_2(s) = \frac{\pi p_1^*}{\sqrt{s}} = \frac{\pi \lambda^{1/2}\left(s, m_1^2, m_2^2\right)}{2s} \ , \tag{9.23}$$

где восстановлено традиционное обозначение для импульса в системе центра масс p_1^*; использована также традиционная кинематическая функция $\lambda(a,b,c) = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2ac - 2bc$.

Вблизи порога реакции, где $\sqrt{s}$ мало отличается от суммы масс частиц конечного состояния, фазовый объем растет от нуля (который имеет место, когда $\sqrt{s}$ равен пороговому значению) как

$$R_2(s) \sim \sqrt{\sqrt{s} - (m_1 + m_2)} = \sqrt{\varepsilon} \ , \tag{9.24}$$

(определение переменной ε см. далее), а в ультрарелятивистском пределе (когда всеми массами можно пренебречь)

$$R_2^{ur}(s) = \frac{\pi}{2} \ . \tag{9.25}$$

Для системы из трех частиц:

$$R_3(s) = \frac{\pi^2}{4s} \int_{(m_2+m_3)^2}^{\left(\sqrt{s}-m_1\right)^2} \frac{ds_2}{s_2} \, \lambda^{1/2}\left(s_2, s, m_1^2\right) \, \lambda^{1/2}\left(s_2, m_2^2, m_3^2\right) \ ; \tag{9.26}$$

и в ультрарелятивистском пределе ($m_i \to 0$)

$$R_3^{ur}(s) = \frac{\pi^2}{8} \, s \ . \tag{9.27}$$

Заметим, что в этом пределе

$$\frac{R_3^{ur}(s)}{R_2^{ur}(s)} = \frac{\pi}{4} \, s \ . \tag{9.28}$$

Оказывается, что в общем случае n частиц в ультрарелятивистском пределе

$$R_n^{ur}(s) = \frac{(\pi/2)^{n-1}}{(n-1)!\,(n-2)!} \cdot s^{n-2} \ . \tag{9.29}$$

На практике часто бывает очень полезным знать нерелятивистский предел выражений для фазового объема систем из нескольких частиц. Дело в том, что этот предел возникает при рассмотрении реакции рождения системы из n частиц *вблизи ее порога* s_{thresh}, когда $s \equiv M_n^2 \simeq s_{thresh}$. При этом полезно использовать обозначение $\varepsilon \equiv \sqrt{s} - \sqrt{s_{thresh}}$: **величину ε часто называют просто "превышением над порогом"**.

В общем случае n частиц нерелятивистский предел можно получить только приближенно (подробнее см. в книге Г.И.Копылова); соответствующее выражение имеет вид

$$R_n^{nr}(\varepsilon) \approx \frac{\left(2\pi^3\right)^{(n-1)/2}}{2\Gamma\left\{\frac{3}{2}(n-1)\right\}} \cdot \frac{\left(\prod m_i\right)^{1/2}}{\left(\sum m_i\right)^{3/2}} \cdot \varepsilon^{(3n-5)/2} \; . \tag{9.30}$$

Для системы из трех частиц нерелятивистский предел выглядит так:

$$\begin{aligned} R_3^{nr}(\varepsilon) &= \frac{\pi^3}{2} \frac{\left(m_1 m_2 m_3\right)^{1/2}}{\left(m_1+m_2+m_3\right)^{3/2}} \cdot \left(\sqrt{s} - \sum_{i=1}^{3} m_i\right)^2 = \\ &= \frac{\pi^3}{2} \frac{\left(m_1 m_2 m_3\right)^{1/2}}{\left(m_1+m_2+m_3\right)^{3/2}} \cdot \varepsilon^2 \; . \end{aligned} \tag{9.31}$$

В частности, для реакций типа $p+p \to p+p+V$, где V - мезон,

$$R_3^{nr}(\varepsilon) = \frac{\pi^3}{2} \frac{m_p}{(2m_p + m_V)} \cdot \left(\frac{m_V}{2m_p + m_V}\right)^{1/2} \cdot \varepsilon^2 \; . \tag{9.32}$$

Другими словами, при рождении в такой реакции разных мезонов V_1 и V_2 вблизи их порогов, отношение фазовых объемов (при одинаковом превышении над соответствующими порогами!) есть

$$\frac{R_3^{nr}(\varepsilon; V_1)}{R_3^{nr}(\varepsilon; V_2)} = \left(\frac{m_{V1}}{m_{V2}}\right)^{1/2} \cdot \left(\frac{2m_p + m_{V2}}{2m_p + m_{V1}}\right)^{3/2} \; . \tag{9.33}$$

Рекуррентное соотношение для фазовых объемов.

Из формулы (9.17) и рис. 10.12 можно заключить, что фазовый объем для n -частичной системы можно выразить через фазовый объем системы с меньшим числом частиц. Действительно, такие соотношения существуют (см. книги [2, 3]). Они достаточно сложны, что можно заметить уже из вычислений для трехчастичного фазового объема.

Примеры из эксперимента.

Рассмотрим реакцию рождения η-мезона в протон-протонных взаимодействиях вблизи порога, задавшись вопросом о том, как повлияет взаимодействие частиц в конечном состоянии (двух протонов и эта-мезона) на энергетическую зависимость полного сечения этой реакции (опять-таки – вблизи порога).

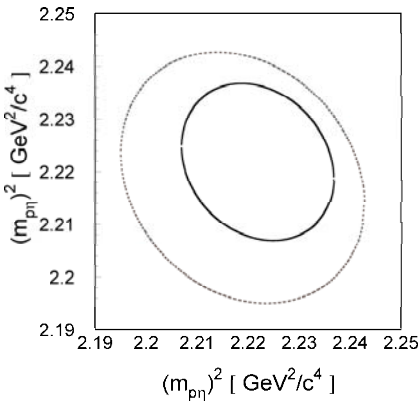

Рис. 9.1. Сплошная кривая: граница кинематически разрешенной области для системы $pp\eta$ при $\sqrt{s} = 2433.8$ МэВ (на абсциссе и ординате отложены квадраты эффективных масс пар нуклон-мезон в конечном $pp\eta$ состоянии). Полный фазовый объем есть площадь фигуры, ограниченной этой замкнутой кривой, т. е. интеграл $V_{ps} = \frac{\pi^2}{4s} \int\int dm^2_{p_1\eta} dm^2_{p_2\eta}$. Пунктирная кривая - вид такой же границы в случае, если бы протон и η-мезон были бы на 2 МэВ "легче", чем каждый из них в пустоте, см. [65].

На этот вопрос кинематика может дать ответ, по крайней мере – качественный.

Действительно, представим себе, что частицы, образовавшись в результате взаимодействия, появились вместе с потенциалами, обеспечивающими их взаимодействие между собой. Покидая область взаимодействия, они (частицы) обладают и некоторой потенциальной энергией, которая либо увеличивает, либо уменьшает их кинетическую энергию, в зависимости от того, каков характер потенциала: притягивательный или отталкивательный.

В случае потенциала притяжения, они могут образоваться в тех ячейках фазового пространства, которые недоступны для не взаимодействующих частиц, и затем "втянуты" взаимодействием в конеч-

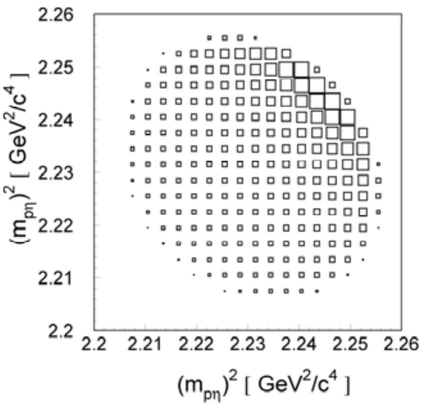

Рис. 9.2. Вычисленное распределение событий в фазовом пространстве для системы $pp\eta$ при превышении над порогом $\varepsilon = 16$ МэВ, искаженное S-волновым протон-протонным взаимодействием в конечном состоянии. Площади квадратов пропорциональны числу событий в соответствующей области. Наибольший квадрат соответствует 260 событиям. См. [65].

ном состоянии в ту область, которая энергетически разрешена. Это эквивалентно "увеличению" доступного фазового объема и ведет к росту сечения реакции (если бы матричный элемент действительно не зависел бы от кинематических переменных).

В случае потенциала отталкивания, частицы должны образоваться в меньшей области фазового пространства, так как покидая область взаимодействия, они приобретут дополнительную кинетическую энергию. Таким образом, сечение реакции должно уменьшиться (из-за эффективно меньшего фазового объема) по сравнению с сечением для частиц, не испытывающих взаимодействия в конечном состоянии.

Эти качественные рассуждения иллюстрируются рис. 9.1; на рис. 9.2 показано, как перераспределяется "заселенность" фазового объема из-за взаимодействия в конечном состоянии[2].

[2] Мы вернемся к вопросу о заселенности событиями разных областей фазового пространства позже, при обсуждении диаграмм Далица.