

Тайны атомных ядер

Свойства атомных ядер

Ядерная физика в Интернете



Учебные материалы курса

"Физика атомного ядра и частиц"

Физика ядра и частиц. XX век

Частицы и атомные ядра

🍆 Шпаргалка для отличника (Частицы и ядра)

<u> Лекции профессора Б.С. Ишханова (2016 г.)</u>

📩 Лекции профессора И.М. Капитонова (2016 г.)

Программа курса "Физика ядра и частиц"

 Частицы и атомные ядра (основные вопросы по курсу)

Обязательные вопросы для допуска к экзамену

🥇 Гончарова. Семинары по физике ядра и частиц

Семинары по физике частиц и атомного ядра

🍆 Задачи и решения

Описания задач общего ядерного практикума физического факультета МГУ

Темы курсовых работ для студентов второго курса

Материалы спецкурсов

- История атомного ядра
- Микромир и Вселенная
- Модели атомных ядер
- 12 лекций по физике атомного ядра
- Ядерные реакции
- Ядерные реакции (задачи)
- Квантовая теория столкновений
- Фотоядерные реакции. Современный статус

Проект кафедры общей ядерной физики физического факультета МГУ осуществляется при поддержке НИИЯФ МГУ.

Материалы курсов МФК

- Тайны атомных ядер (2017 г.)
- Рождение и жизнь атомных ядер (2016 г.)
- Ядерная физика и человек (2016 г.)
- Мир атомных ядер (2015 г.)
- Рождение и жизнь атомных ядер (2015 г.)
- Ядерная физика и человек (2014 г.)
- Микромир и Вселенная (2014 г.)

Разное

- Поиск по сайту
- Материалы научного семинара по ядерной физике НИИЯФ МГУ
- Что нового на сайте
- 100-летие открытия атомного ядра. Резерфорд
- Нобелевские лауреаты по физике
- Хроника открытий в физике ядра и частиц
- Фотографии и биографии физиков
- Cosmic ray / Gamma ray / Neutrino and similar experiments (гигантское количество полезных ссылок)
- Ссылки на ресурсы по ядерной физике
- Школы, семинары, рабочие совещания,

Строение материи

Вселенная

Галактики

Звезды

Планеты

Вещество

Молекулы

Атомы

Атомные ядра – электрон

Протон, нейтрон

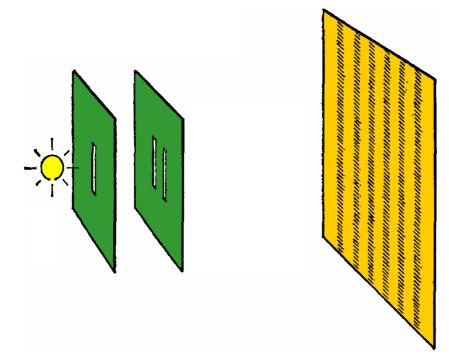
Частицы (π, Κ, Λ, Σ...)

Кварки, лептоны

Переносчики взаимодействий (ү, 8g, W[±], Z)

Свет. Волна? Частица?

1801 г. Т. Юнг. Волновая теория света

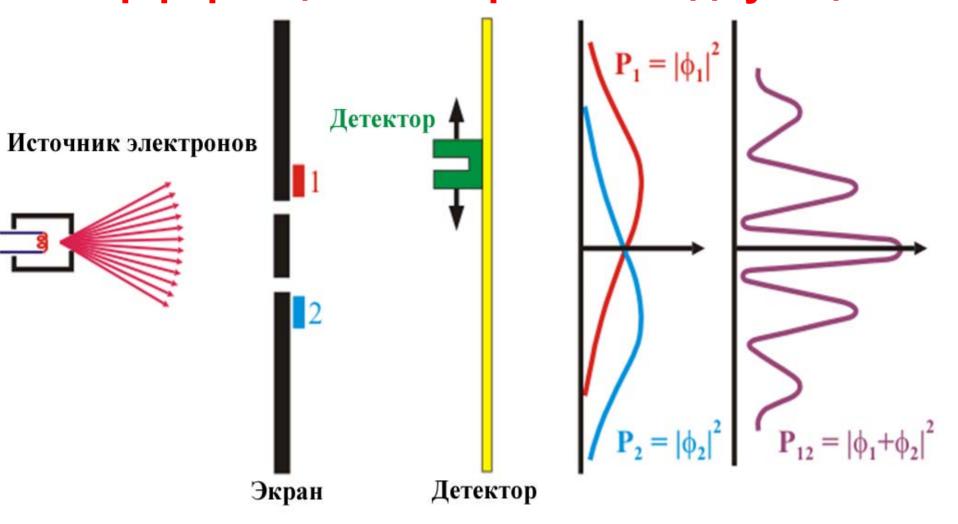


В опыте Юнга свет от источника падал на непрозрачный экран с двумя близко расположенными щелями. Оказалось, что изображение на экране состоит из нескольких интерференционных полос, что наглядно демонстрируют волновую природу света. Интерференционная картина явно зависит от двух щелей порождающих две волны, которые накладываются друг на друга. Если закрыть одну из щелей интерференционная картина исчезнет.

В то же время, если заменить экран детектором, способным к регистрации отдельных частиц (например, фотопластинкой), то обнаружится, что свет, вызывающий почернение фотоэмульсии в определённом месте, состоит из отдельных частиц – фотонов.

В этом проявилась волновая и корпускулярная природа света.

Интерференция электронов на двух щелях



1927 г.

К. Дэвиссон и Л. Джермер и независимо от них Дж. П. Томсон показали, что для пучка электронов, как и для светового пучка, наблюдается явление интерференции.

Волновые свойства частиц



(1892 - 1987)

1924 г. Луи де Бройль. «Когда закончилась первая мировая война, я много размышлял о квантовой теории и о корпускулярно-волновом дуализме. Именно тогда меня осенила блестящая идея. Корпускулярно-волновой дуализм Эйнштейна носит всеобщий характер и распространяется на все объекты».

Соотношения де Бройля

$$\nu = \frac{E}{h} \qquad \lambda = \frac{h}{p}$$

В случае фотонов аналогичные соотношения следуют из условия квантования энергии и релятивистской связи между энергией и импульсом для частиц с нулевой массой покоя.

$$E = cp = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

Нобелевская премия по физике

1929 г. - Л. де Бройль.

За открытие волновой природы электронов

Квантовый мир

- 1895 г. В. Рентген. Рентгеновские лучи
- 1896 г. А. Беккерель. Радиоактивность
- 1897 г. Дж. Томсон. Электрон
- 1911 г. Э. Резерфорд. Атомное ядро
- 1924 г. Луи Де Бройль. Волновые свойства частиц

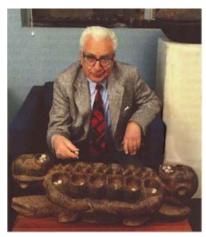
$$E = h\nu$$
 $p = h/\lambda$

Как устроен Мир. 30-е годы ХХ века



В середине 30-х годов XX века физическая картина мира строилась исходя из трёх элементарных частиц — электрона, протона и нейтрона. Вещество состоит из атомов и молекул, в состав атома входят электроны. Основную массу атома составляет атомное ядро, состоящее из протонов и нейтронов.

1963 Кварки

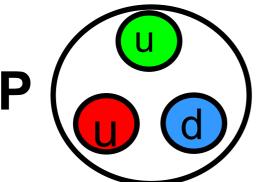


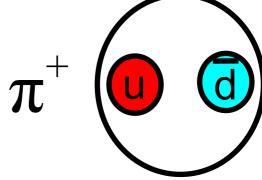




George Zweig

М. Гелл-Манн и Г. Цвейг предложили кварковую модель адронов. Барионы "конструировались" из трёх кварков, мезоны – из кварка и антикварка.





Нобелевская премия по физике

1969 г. – М. Гелл-Манн. За вклад и открытия в классификации элементарных частиц и их взаимодействий

Взаимодействия

Спин J=1

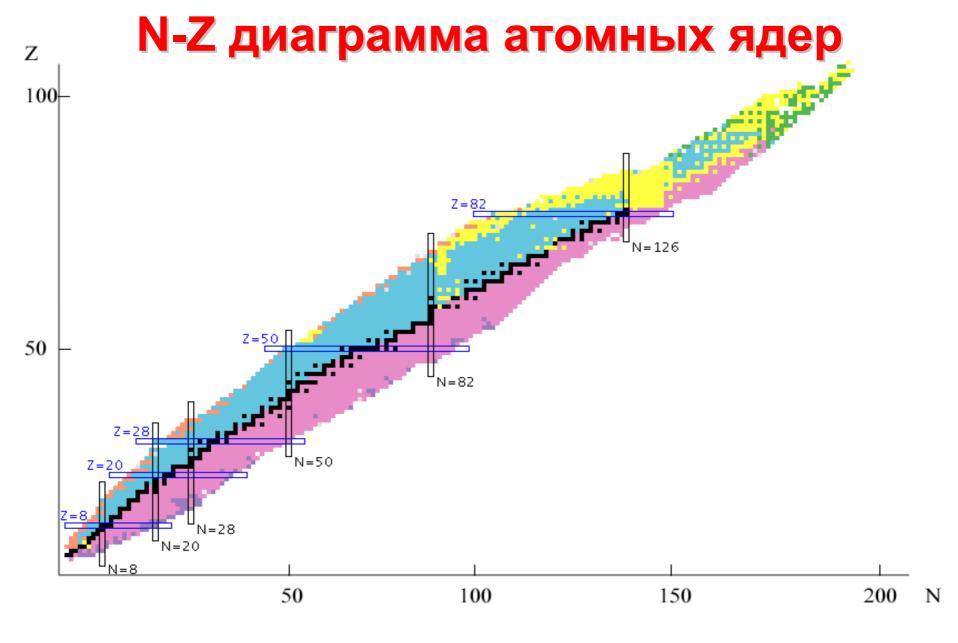
Взаимодействие	На какие частицы действует	Калибровочные бозоны	Радиус действия	Константа взаимодействия
Сильное	Все цветные частицы	8 глюонов, безмассовые.	$1 \Phi_{\rm M} = 1/m_{\pi}$	1
Электромагнитное	Все электрически заряженные частицы	Фотон, безмассовый.	∞	1/137
Слабое	Кварки, лептоны, электрослабые калибровочные бозоны	$W^{^{+}}$, $W^{^{-}}$, Z , $m(W^{^{\pm}})=80$ Гэв, $m(Z)=91$ Гэв.	$10^{-2} \Phi_{\rm M} = 1/m_W$	~1/30
Гравитационное	Все массивные частицы	Гравитон, спин $J=2,$ безмассовый	∞	10 ⁻³⁸
e^+	\$	$-e^+$ q ——	<u> </u>	q
e^{-}	\{\frac{\gamma}{\gamma}}	-e ⁻ 9——	g	q
e^-	•	$-v$ e^-		e^-
1/	W^{\pm}	-e 1/	Z	—— <i>V</i>

Электронвольт

Электронвольт (эВ). Что это за величина? Заряд электрона — величина строго постоянная. Попадая в электрическое поле, создаваемое разностью потенциалов между заряженными телами в 1 вольт (в), электрон разгоняется до скорости 593 км/сек. А вместе со скоростью, естественно, растет и кинетическая энергия частицы. При такой скорости кинетическая энергия будет равна произведению его заряда на разность потенциалов, т. е. $1,6*10^{-12}$ эрг, или $1,6*10^{-19}$ дж. Это количество энергии и соответствует одному электронвольту (**э**B). **593** км/сек

Электронвольт

- Производные величины:
- Килоэлектронвольт -1 кэ $B=10^3$ эB;
- мегаэлектронвольт -1 МэВ= 10^6 эВ;
- гигаэлектронвольт -1 ГэВ= 10^9 эВ; тераэлектронвольт -1 ТэВ= 10^{12} эВ;
- петаэлектронвольт -1 ПэВ= 10^{15} эВ;



Известно ~300 стабильных ядер и ~3500 радиоактивных ядер. Это только часть радиоактивных ядер. Всего их может быть ~7000.

Атомное ядро – связанная система протонов и нейтронов

Z – заряд ядра – число протонов в ядре.

N – число нейтронов в ядре

А – массовое число – суммарное число протонов и нейтронов в ядре.

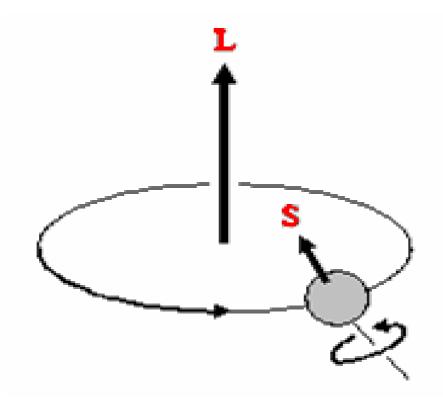
$$A = Z + N$$

40Ca

Характеристики протона, нейтрона и электрона

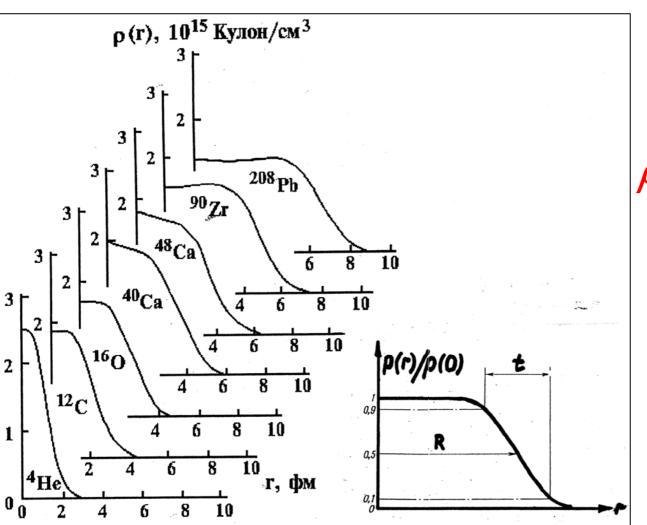
Характеристика	Протон	Нейтрон	Электрон
Macca <i>mc</i> ² , МэВ	938.272	939.565	0.511
Электрический заряд (в единицах элементарного заряда)	+1	0	-1
Спин	1/2	1/2	1/2
Изоспин	1/2	1/2	
Проекция изоспина	+1/2	-1/2	
Чётность	+1	+1	
Статистика	Ферми-Дирака		
Магнитный момент (для нуклонов - в ядерных магнетонах, для электрона - в магнетонах Бора)	+2.79	-1.91	+1.001
Время жизни	> 10 ³² лет	885.7±0.8 c	>4.6·10 ²⁶ лет
Тип распада		$n \rightarrow p + e^- + \overline{\nu}_e$	

Спиновый момент частицы



Спин — собственный момент количества движения частицы. Спин имеет квантовую природу и не связан с какими-либо перемещениями частицы в пространстве. Спин измеряется в единицах постоянной Планка и равен s — характерное для каждой частицы полуцелое или целое (включая нуль) положительное число $S^2 = \hbar^2 s(s+1)$

Размер ядра



Радиальное распределение плотности заряда в различных ядрах

$$\rho(r) = \frac{\rho(0)}{\frac{r-R}{a}}$$

$$1 + e^{-a}$$

$$R = 1.2 \cdot A^{1/3} \Phi M$$

 $t = 4.4a = 2.5 \Phi M$

Энергия связи ядра W(A,Z)

Энергия связи ядра W(A,Z) – минимальная энергия, которую необходимо затратить для того, чтобы разделить атомное ядро на отдельные составляющие его нейтроны и протоны.

$$M(A,Z)c^{2} + W(A,Z) =$$

$$= Z \cdot m_{p}c^{2} + (A-Z)m_{n}c^{2}$$

Энергия связи ядра W(A,Z)

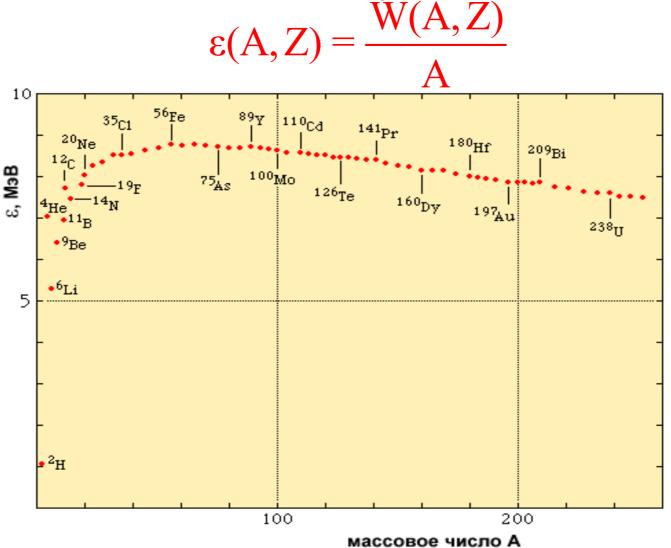
Формула Бете-Вайцзеккера

$$W(A,Z) = \alpha A - \beta A^{2/3} - \gamma \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - \delta \frac{(A-2Z)^2}{A} + \zeta A^{-3/4}$$

$$lpha=15.6$$
 МэВ, $eta=17.2$ МэВ, $\gamma=0.72$ МэВ, $\delta=23.6$ МэВ. $\zeta=+34$ МэВ — чётно-чётные ядра; $\zeta=0$ — нечётные ядра; $\zeta=-34$ МэВ — нечётно-нечётные ядра. $\zeta=-34$ МэВ — нечётно-нечётные ядра. $\zeta=-34$ МэВ — нечётно-нечётные ядра $\zeta=-34$ МэВ — нечётные ядра $\zeta=-34$ МэВ

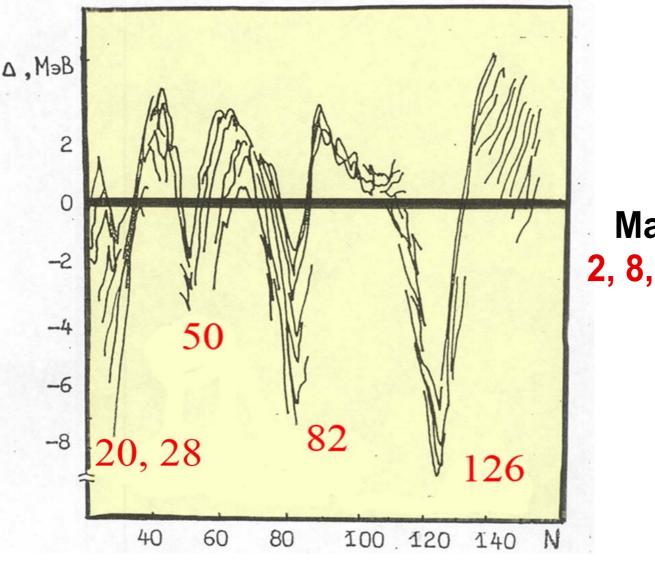
Удельная энергия связи ядра ε(Α,Ζ)

Удельная энергия связи ядра ε (A,Z) – средняя энергия связи, приходящаяся на один нуклон.



Зависимость удельной энергии связи $\varepsilon = W/A$ от массового числа

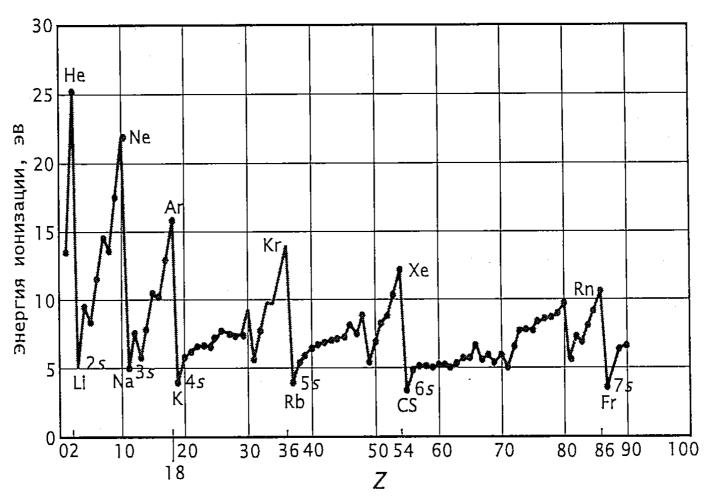
Магические числа



Магические числа 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126

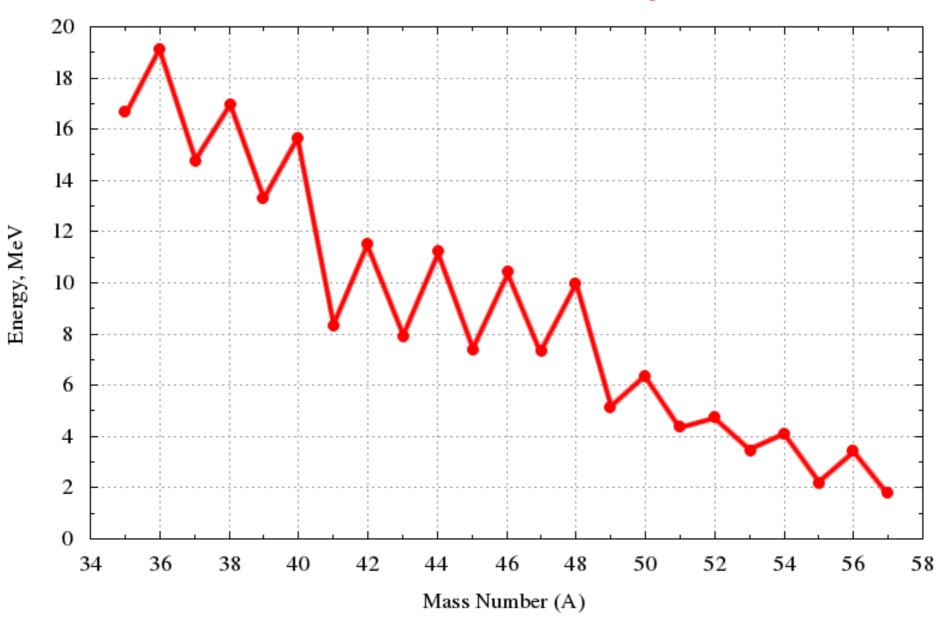
 Δ – разница между экспериментально измеренной энергией связи ядра и результатами расчета по формуле Бете-Вайцзеккера.

Потенциал ионизации атома



Зависимость первой энергии ионизации (она соответствует энергии связи в атоме самого удаленного электрона) от Z вплоть до Z=90. Энергия возрастает с увеличением Z, пока оболочка не оказывается заполненной (что соответствует Z=2, 10, 18, 36, 54 и 86). Следующий электрон должен оказаться на более высокой оболочке (более удаленной от ядра), т. е. слабее связанным. Ионизационный потенциал (в B) численно равен энергии ионизации (в B).

Изотопы кальция

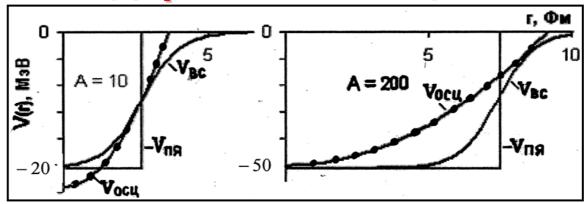


4 типа взаимодействий

- Сильное (ядерное)
- Электромагнитное
- Слабое
- Гравитационное

Кванты – переносчики взаимодействий 8g, ү, W±, Z. Гравитон?

Ядерный потенциал



Прямоугольный потенциал V_{ns}

$$V_{ns}(r) = \begin{cases} -V_0, & r \leq R, \\ 0, & r \geq R. \end{cases}$$

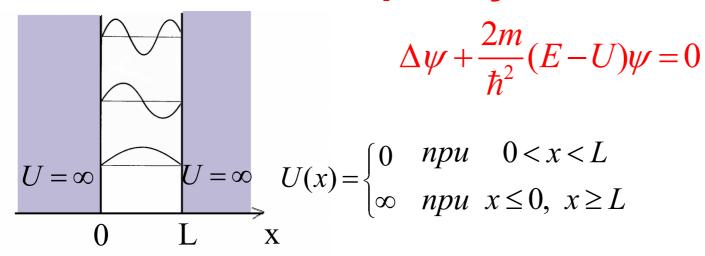
Осцилляторный потенциал V_{ocu}

$$V_{ocu}(r) = -V_0 + \frac{1}{2}M\omega^2 r^2,$$

Потенциал Вудса-Саксона V_{BC}

$$V_{BC}(r) = -\frac{V_0}{1 + e^{\frac{r-R}{a}}}$$

Бесконечная прямоугольная яма



Частица всегда находится в области $0 \le x \le L$. Вне этой области $\psi = 0$. Уравнение Шредингера для частицы, находящейся в области $0 \le x \le L$.

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -\frac{2mE}{\hbar^2}\psi$$

Волновая функция имеет вид

$$\psi = A \sin kx + B \cos kx$$
, $k = (2mE/\hbar^2)^{1/2}$.

Из граничных условий $\psi(0)=0$, $\psi(L)=0$ и условий непрерывности волновой функции

$$B = 0$$
, $A \sin kL = 0$.
 $kL = n\pi$, $n = 1, 2, 3...$

т. е. внутри ямы устанавливаются стоячие волны, а энергия состояния частиц имеет дискретный спектр значений $E_{\scriptscriptstyle n}$

$$E_n = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{\hbar^2 \pi^2 n^2}{2mL^2}, \quad \psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{\pi nx}{L}\right)$$

Потенциал нуклон-нуклонного взаимодействия

$$V = V_{1}(r) + V_{2}(r)(\vec{s}_{1}\vec{s}_{2})$$

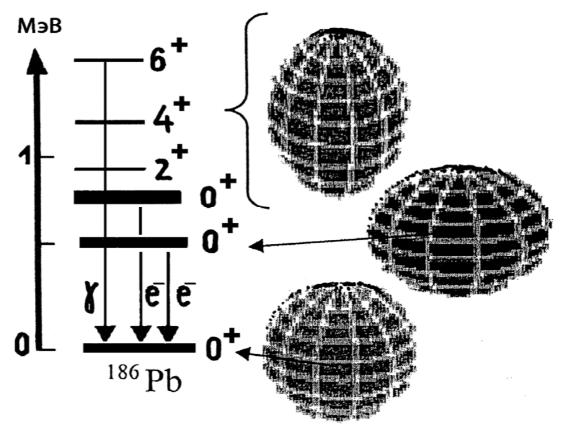
$$+V_{3}(r)(\vec{s}_{1}\vec{n})(\vec{s}_{2}\vec{n})$$

$$+V_{4}(r)(\vec{L}\vec{s})$$

Нуклон-нуклонное взаимодействие можно описать с помощью потенциала, зависящего от нескольких величин:

- расстояния между нуклонами,
- взаимной ориентации спинов нуклонов,
- нецентрального характера ядерных сил,
- величины спин-орбитального взаимодействия.

Форма ядра

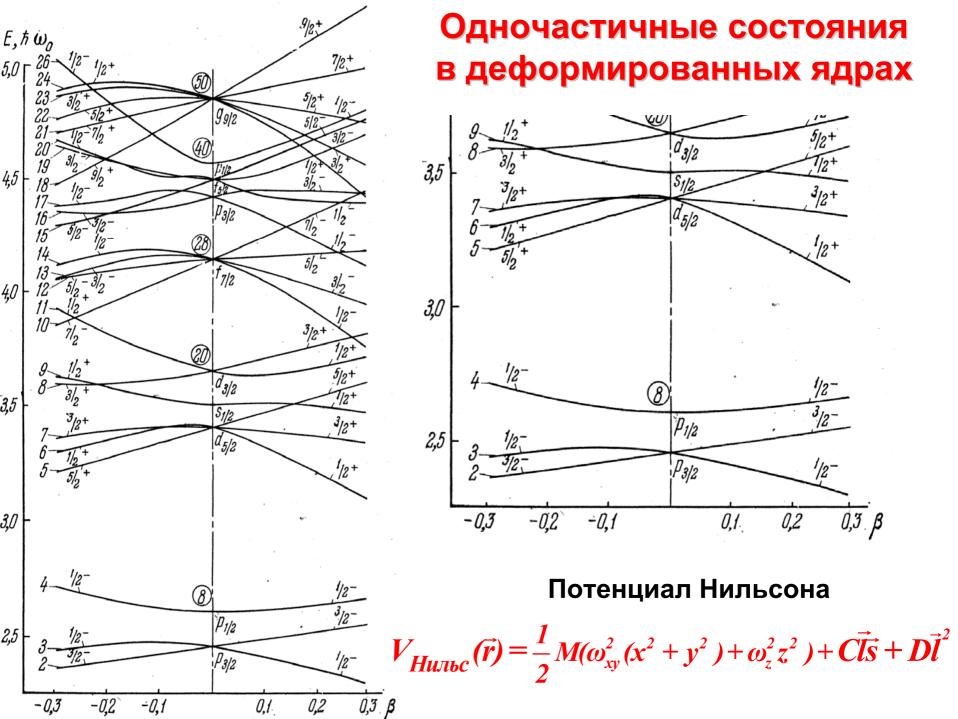


Форма атомных ядер может изменяться в зависимости от того в каком возбужденном состоянии оно находится. Так, например, ядро ¹⁸⁶Pb в основном состоянии (0⁺) сферически симметрично, в первом возбужденном состоянии 0⁺ имеет форму сплюснутого эллипса, а в состояниях 0⁺, 2⁺, 4⁺, 6⁺ форму вытянутого эллипсоида.



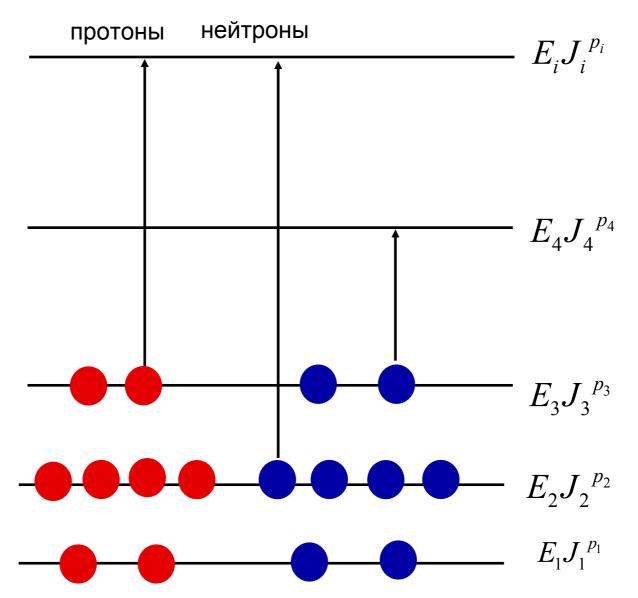
Наблюдаемые квадрупольные моменты ядер Q

$$Q = \frac{J(2J-1)}{(J+1)\cdot (2J+3)}Q_0$$



Возбужденные состояния атомных ядер

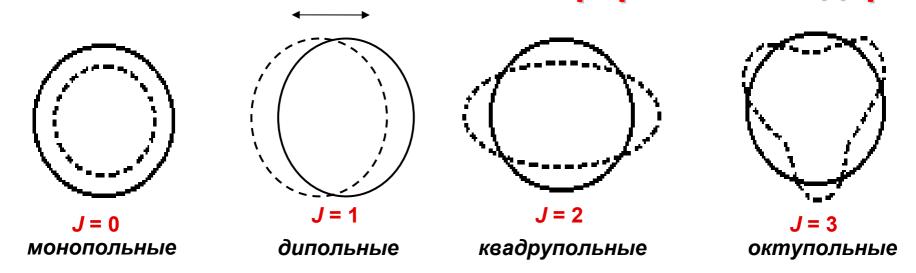
Одночастичные возбуждения атомных ядер



Одночастичные возбуждённые состояния ядер возникают при переходе одного или нескольких нуклонов на более высокие одночастичные орбиты.

Коллективные колебательные и вращательные возбужденные состояния атомных ядер

Колебательные состояния сферических ядер



Дипольные колебания J=1 не относятся к внутренним возбуждениям ядра. Энергии квадрупольных и октупольных возбуждений в квантовой теории могут принимать дискретные значения

$$E_{\kappa\theta\alpha\partial p} = n_2\hbar\omega_2, \quad E_{\kappa m} = n_3\hbar\omega_3,$$

Энергия возбуждения ядра, в котором одновременно происходят различные поверхностные колебания формы, имеет вид

$$E = \sum_{J>2} n_J \hbar \omega_J$$

 n_J – число фононов определенного типа,

 $\hbar\omega_{\scriptscriptstyle I}$ – энергия фонона.

Вращательные состояния деформированных ядер

$$E_{\kappa nacc} = \frac{L^2}{25}, \qquad E_{epau,} = \frac{\hbar^2}{25}J(J+1)$$

L — вращательный момент, $\mathfrak I$ — момент инерции ядра.

Волновой функцией вращающегося ядра является собственная функция оператора квадрата полного момента \hat{J}^2 , имеющего собственные значения $\hbar^2 J(J+1)$, т.е. сферическая функция $Y_{IM}(heta, arphi)$. Волновая функция ядра, имеющего форму аксиальносимметричного эллипсоида, не изменяется при пространственной инверсии, т. е. переходит сама в себя. Поэтому волновая функция ядра, имеющего форму эллипсоида симметрична, что исключает состояния с $J=1,3,5,\ldots$ Чётность P сферической функции равна $(-1)^J$. Поэтому чётность вращательных состояний четночетного ядра всегда положительна.

Возбужденные состояния 2+

Квадрупольные колебания сферического ядра 1.

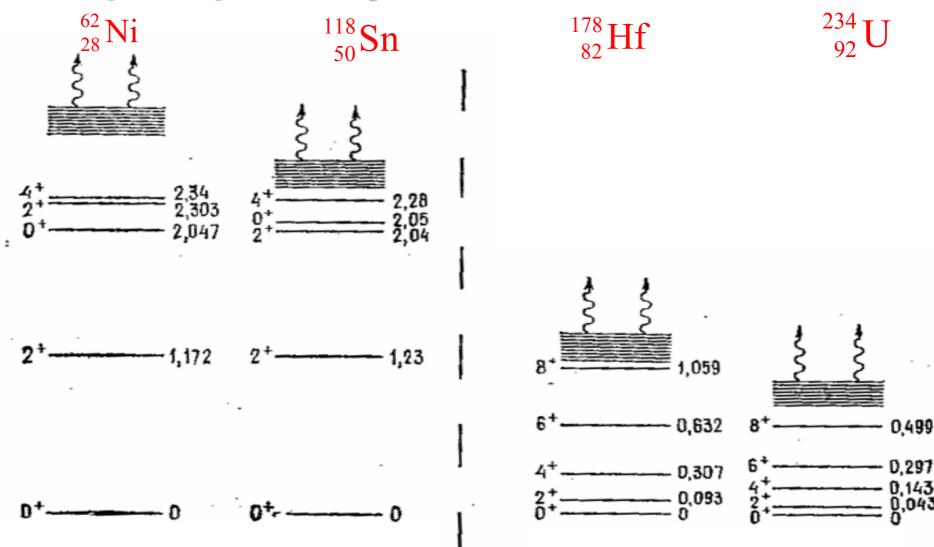
$$E=2\hbar\omega$$

2. Вращение деформированного ядра

$$E = \frac{\hbar^2}{2\Im}J(J+1)$$

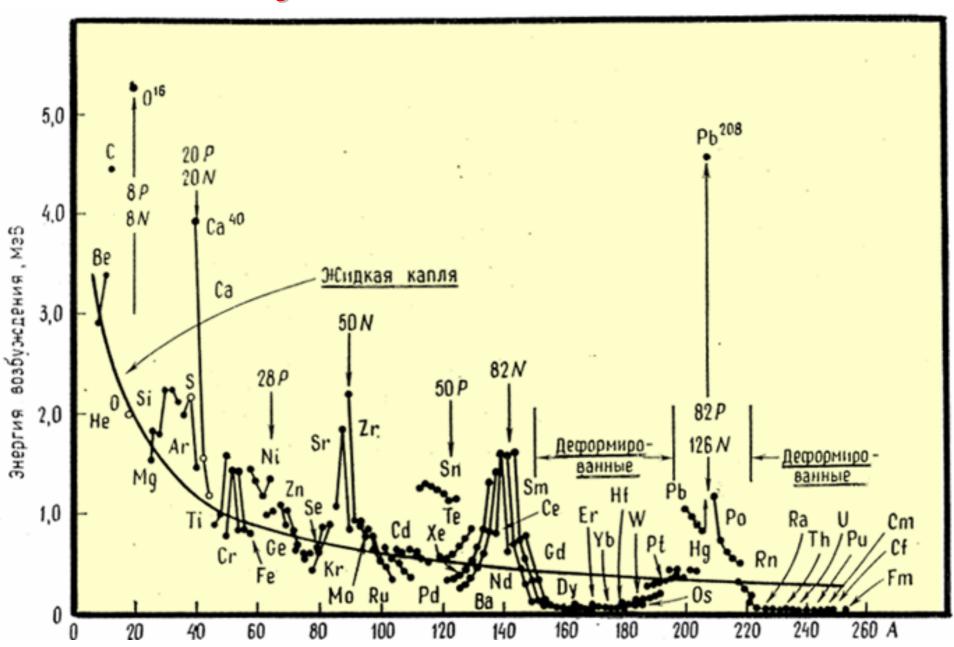
3. Одночастичные возбуждения

Пример. Возбужденные состояния 2+

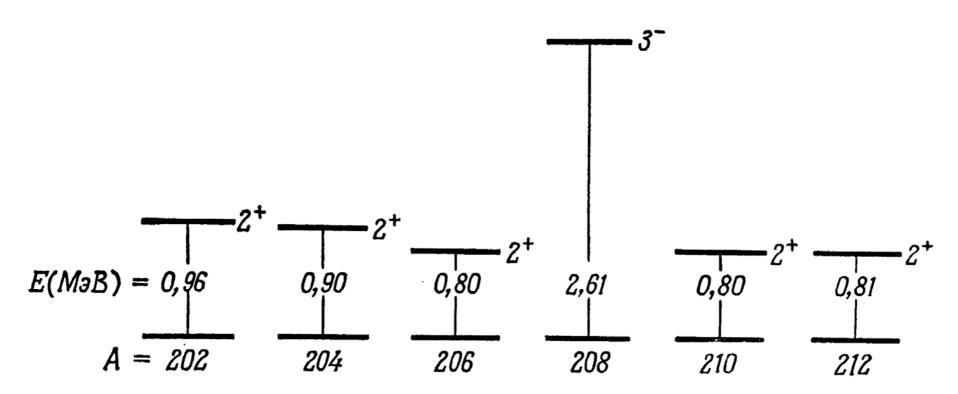


Колебательные состояния чётночётных сферических атомных ядер Вращательные состояния деформированных чётно-чётных атомных ядер

Возбужденные состояния 2+



Изотопы свинца



Основные и первые возбужденные состояния изотопов свинца с четным числом нуклонов в ядре А

Корпускулярные и волновые свойства частиц. Принцип неопределенности

Экспериментальное подтверждение идеи корпускулярно-волнового дуализма привело к пересмотру привычных представлений о движении частиц и способе описания частиц. Для классических материальных точек характерно движение по определенным траекториям, так, что их координаты и импульсы в любой момент времени точно известны. Для квантовых частиц это утверждение неприемлемо, так как для квантовой частицы импульс частицы связан с ее длиной волны, а говорить о длине волны в данной точке пространства бессмысленно. Поэтому для квантовой частицы нельзя одновременно точно определить значения ее координат и импульса. Если частица занимает точно определенное положение в пространстве, то ее импульс полностью неопределен и наоборот, частица с определенным импульсом имеет полностью неопределенную координату. Неопределенность в значении компоненты импульса частицы Δp_x связаны соотношением неопределенности, установленным В. Гейзенбергом в 1927 году.

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \approx \hbar$$

Из принципа неопределенности следует, что в области квантовых явлений неправомерна постановка некоторых вопросов, вполне естественных для классической физики. Так, например, не имеет смысла говорить о движении частицы по определенной траектории. Необходим принципиально новый подход к описанию физических систем. Не все физические величины, характеризующие систему, могут быть измерены одновременно. В частности, если время жизни некоторого состояния равно Δt , то неопределенность величины энергии этого состояния ΔE не может быть меньше $\Delta E/\hbar$.

$$\Delta E \cdot \Delta t \approx \hbar$$

Нобелевская премия по физике

1932 г. - В. Гейзенберг.

За создание квантовой механики

Волновая функция

В квантовой физике состояние системы описывается волновой функцией. Так как для квантовой частицы нельзя одновременно точно определить значения ее координат и импульса, то не имеет смысла говорить о движении частицы по определенной траектории в пространстве можно определить только вероятность нахождения частицы в данной точке в данный момент времени, которая определяется квадратом модуля волновой функции —

$$W \sim |\psi(x,y,z,t)|^2 dV$$

Нобелевская премия по физике

1954 г. – М. Борн

За фундаментальные исследования в квантовой механике, в особенности за статистическую интерпретацию волновой функции

Основной постулат квантовой механики

Обозначим действие оператора \hat{f} на волновую функцию $\psi(\hat{f}\psi)$. Определение оператора \hat{f} состоит в том, что интеграл от произведения $(\hat{f}\psi)$ на комплексно сопряженную функцию ψ^* даёт среднее значение величины \overline{f} .

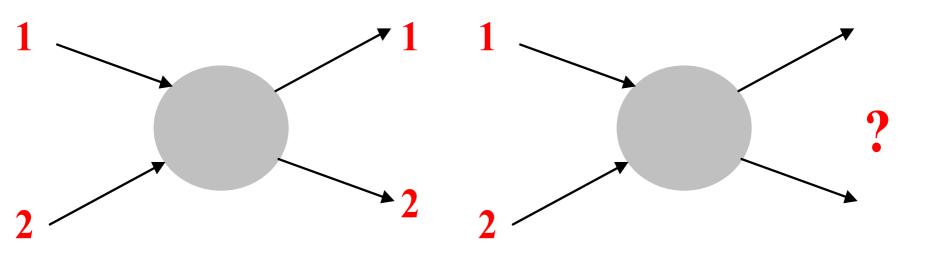
$$\overline{f} = \int \psi^* \hat{f} \psi dx$$

Это основной постулат квантовой механики.

Все свойства физической системы полностью определяются заданием её волновой функции.

Экспериментально измеряемые средние значения любой физической величины f, характеризующей систему, может быть вычислено по известной волновой функции ψ .

Статистика



Принцип тождественности частиц

Волновая природа микрочастиц не позволяет установить, какая из возможностей реализуется в ситуации, когда две тождественные частицы оказываются друг от друга на расстоянии де-бройлевской длины волны.

Различие между классической и квантовой статистиками

Две частицы 1, 2. Два различных одночастичных состояния $\psi_n \psi_m$

Классическая статистика

- 1. Обе частицы в состоянии $\psi_n = \psi_n(1)\psi_n(2)$
- 2. Обе частицы в состоянии $\psi_m = \psi_m(1)\psi_m(2)$
- 3. Первая частица в состоянии ψ_n , вторая в $\psi_m \; \psi_n(1) \psi_m(2)$
- 4. Первая частица в состоянии ψ_m , вторая в $\psi_n \psi_m(1)\psi_n(2)$

Статистика Ферми. Антисимметричная волновая функция

Одна частица находится в состоянии ψ_n , другая – в ψ_m и наоборот $\psi_{asim} = \psi_n(1)\psi_m(2) - \psi_m(1)\psi_n(2)$

Статистика Бозе-Эйнштейна. Симметричная волновая функция

- 1. Обе частицы в состоянии $\psi_n = \psi_n(1)\psi_n(2)$
- 2. Обе частицы в состоянии $\psi_{m} = \psi_{m}(1)\psi_{m}(2)$
- 3. Одна из частиц в состоянии ψ_n , другая в ψ_m и наоборот

$$\psi_{sim} = \psi_n(1)\psi_m(2) + \psi_m(1)\psi_n(2)$$

Фермионы. Бозоны. Принцип Паули.

Частицы с целым (в том числе с нулевым) спином подчиняется статистике Бозе-Эйнштейна (ү-кванты, π -мезоны, α -частицы и др.). Частицы с целым спином называются бозонами. Частицы с полуцелым спином подчиняются статистике Ферми-Дирака (электроны, кварки, нейтрино, протоны, нейтроны, ядра с нечётным числом нуклонов и т.д.). Частицы и ядра с полуцелым спином называются фермионами.

Для тождественных фермионов справедлив принцип Паули.

Принцип Паули: в системах, подчиняющихся статистике Ферми-Дирака и описываемых антисимметричными волновыми функциями, не должно существовать двух тождественных частиц с полностью совпадающими характеристиками.

Для системы тождественных фермионов

$$\psi(2,1,...,A) = \psi(1,2,...,A)$$

Если частицы 1 и 2 находятся в одинаковом состоянии, тогда $\psi(2,1,...,A)$ и $\psi(1,2,...,A)$ одна и та же функция и $\psi=-\psi$, $2\psi=0$, $\psi=0$, т. е. такое состояние не существует.

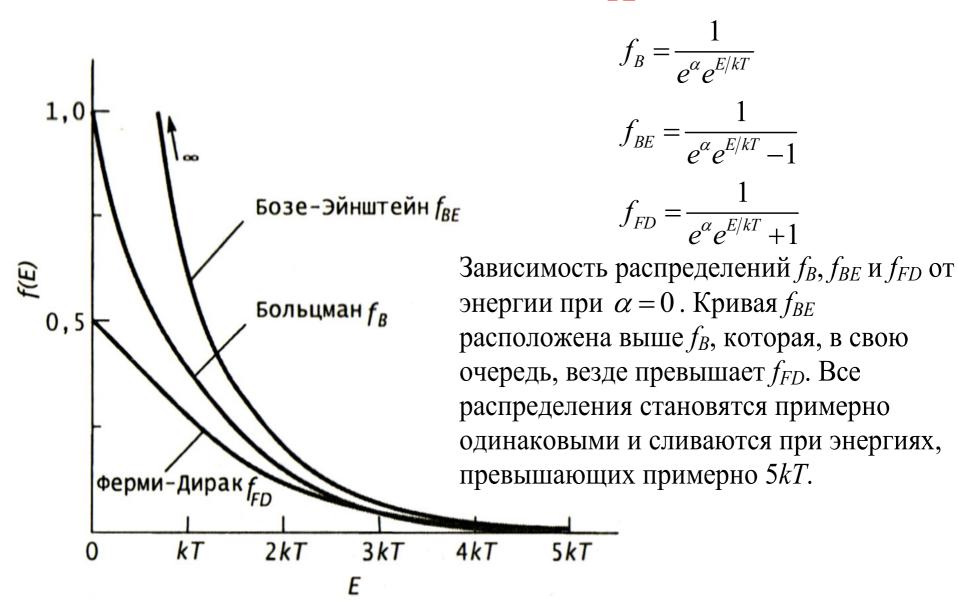
Принцип Паули определяет строение электронных оболочек атомов, заполнение нуклонных состояний в ядрах.

Нобелевская премия по физике

1945 г. – В. Паули.

За открытие принципа Паули

Распределения Больцмана f_B , Ферми-Дирака f_{FD} , Бозе-Эйнштейна f_{BE}



4. Детерминизм 4. Статистическаятеория Линамическое $|\psi(x, y, z, t)|^2$

Классическая физика

Динамическое тистическое) описание

$$|\Psi(x, y, z, t)|^2$$

 $\langle F \rangle = \int \Psi * F \Psi dV$

 $\Delta z \cdot \Delta p_z \approx \hbar$

Квантовая физика

5. Гамильтониан $H = E + U(x, y, z) = \frac{\vec{p}^2}{2m} + U(x, y, z)$ H = E + U(x, y, z)

 $H = E + U(x, y, z) = \frac{D^2}{2m} + U(x, y, z)$

Корпускулярные и волновые свойства частиц. Принцип неопределенности

Экспериментальное подтверждение идеи корпускулярно-волнового дуализма привело к пересмотру привычных представлений о движении частиц и способе описания частиц. Для классических материальных точек характерно движение по определенным траекториям, так, что их координаты и импульсы в любой момент времени точно известны. Для квантовых частиц это утверждение неприемлемо, так как для квантовой частицы импульс частицы связан с ее длиной волны, а говорить о длине волны в данной точке пространства бессмысленно. Поэтому для квантовой частицы нельзя одновременно точно определить значения ее координат и импульса. Неопределенность в значении координаты частицы Δx и неопределенность в значении компоненты импульса частицы связаны неопределенности, соотношением установленным В. Гейзенбергом в 1927 году.



В. Гейзенберг 1901 – 1976

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \approx \hbar$$

Если время жизни некоторого состояния равно Δt , то неопределенность величины энергии этого состояния ΔE не может быть меньше $\Delta E / \hbar$.

$$\Delta E \cdot \Delta t \approx \hbar$$

Нобелевская премия по физике 1932 г. - В. Гейзенберг.

За создание квантовой механики

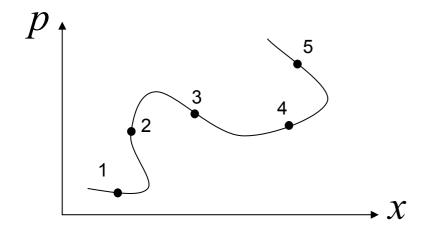
Классическая физика

$$x, p, t$$

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$\frac{dU}{dx} = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

$$H = U + E$$



Квантовая физика

$$\psi(x,t)$$

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = (\hat{U} + \hat{E})\psi$$

$$\Delta p_x \cdot \Delta x \approx \hbar$$

$$\hat{H}\psi = E\psi$$

